Entornos invisibles

(de la ciencia y la tecnología)

Campo de deportes

Capítulo 4

Guía didáctica

Autor | Daniel De Florian

Ministerio de Educación
Presidencia de la Nación
encuentro
educ.ar
inet Instituto Nacional de Educación Tecnológica

Autoridades

Presidente de la Nación
Dra. Cristina Fernández de Kirchner

Ministro de Educación
Dr. Alberto E. Sileoni

Secretaria de Educación
Prof. María Inés Abrile de Vollmer

Directora Ejecutiva del Instituto Nacional de Educación Tecnológica
Lic. María Rosa Almandoz

Director Nacional del Centro Nacional de Educación Tecnológica
Lic. Juan Manuel Kirschenbaum

Director Nacional de Educación Técnico Profesional y Ocupacional
Ing. Roberto Díaz

Ministerio de Educación.
Instituto Nacional de Educación Tecnológica.
Saavedra 789. C1229ACE.
Ciudad Autónoma de Buenos Aires.
República Argentina.
2011

Director de la Colección:
Lic. Juan Manuel Kirschenbaum

Coordinadora general de la Colección:
Claudia Crowe

Diseño didáctico y corrección de estilo:
Lic. María Inés Narvaja
Ing. Alejandra Santos

Coordinación y producción gráfica:
Augusto Bastons

Diseño gráfico:
María Victoria Bardini
Augusto Bastons
Martín Alejandro González
Federico Timerman

Ilustraciones:
Diego Gonzalo Ferreyro
Martín Alejandro González
Federico Timerman

Administración:
Cristina Caratozzolo
Néstor Hergenrether

Colaboración:
Jorgelina Lemmi
Psic. Soc. Cecilia L. Vázquez
Dra. Stella Maris Quiroga

“Colección Encuentro Inet”.
Director de la Colección: Juan Manuel Kirschenbaum.
Coordinadora general de la Colección: Claudia Crowe.

Industria Argentina

ADVERTENCIA

La habilitación de las direcciones electrónicas y dominios de la web asociados, citados en este libro, debe ser considerada vigente para su acceso, a la fecha de edición de la presente publicación. Los eventuales cambios, en razón de la caducidad, transferencia de dominio, modificaciones y/o alteraciones de contenidos y su uso para otros propósitos, queda fuera de las previsiones de la presente edición -Por lo tanto, las direcciones electrónicas mencionadas en este libro, deben ser descartadas o consideradas, en este contexto-.

Colección Encuentro Inet

Esta colección contiene las siguientes series (coproducidas junto con el Instituto Nacional de Educación Tecnológica - INET):

- La técnica
- Aula-taller
- Máquinas y herramientas
- Entornos invisibles de la ciencia y la tecnología

DVD 4 | Aula-taller

Capítulo 1
Biodigestor

Capítulo 2
Quemador de biomasa

Capítulo 3
Planta potabilizadora

Capítulo 4
Probador de inyecciones

DVD 5 | Aula-taller

Capítulo 5
Planta de tratamiento de aguas residuales

Capítulo 6
Tren de aterrizaje

Capítulo 7
Banco de trabajo

Capítulo 8
Invernadero automatizado

DVD 6 | Máquinas y herramientas

Capítulo 1
Historia de las herramientas y las máquinas herramientas

Capítulo 2
Diseño y uso de Máquinas Herramientas

Capítulo 3
Diseño y uso de Herramientas de corte

Capítulo 4
Nuevos paradigmas en el mundo de las máquinas herramientas y herramientas de corte

DVD 7 | Entornos invisibles (de la ciencia y la tecnología)

Capítulo 1
Parque de diversiones

Capítulo 2
Cocina

Capítulo 3
Red de energía eléctrica

Capítulo 4
Campo de deportes

DVD 8 | Entornos invisibles (de la ciencia y la tecnología)

Capítulo 5
Estadio de Rock

Capítulo 6
Estructuras

Capítulo 7
Chacra orgánica

Capítulo 8
Bar

DVD 9 | Entornos invisibles (de la ciencia y la tecnología)

Capítulo 9
Estación meteorológica

Capítulo 10
Restaurante

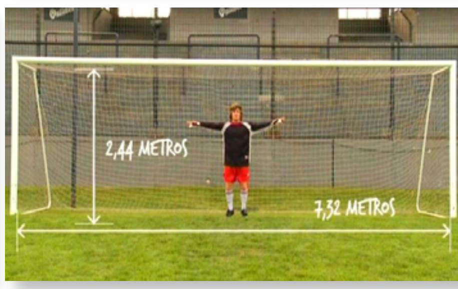
Capítulo 11
Seguridad en obras de construcción

Capítulo 12
Camping musical

Capítulo 13
Hospital

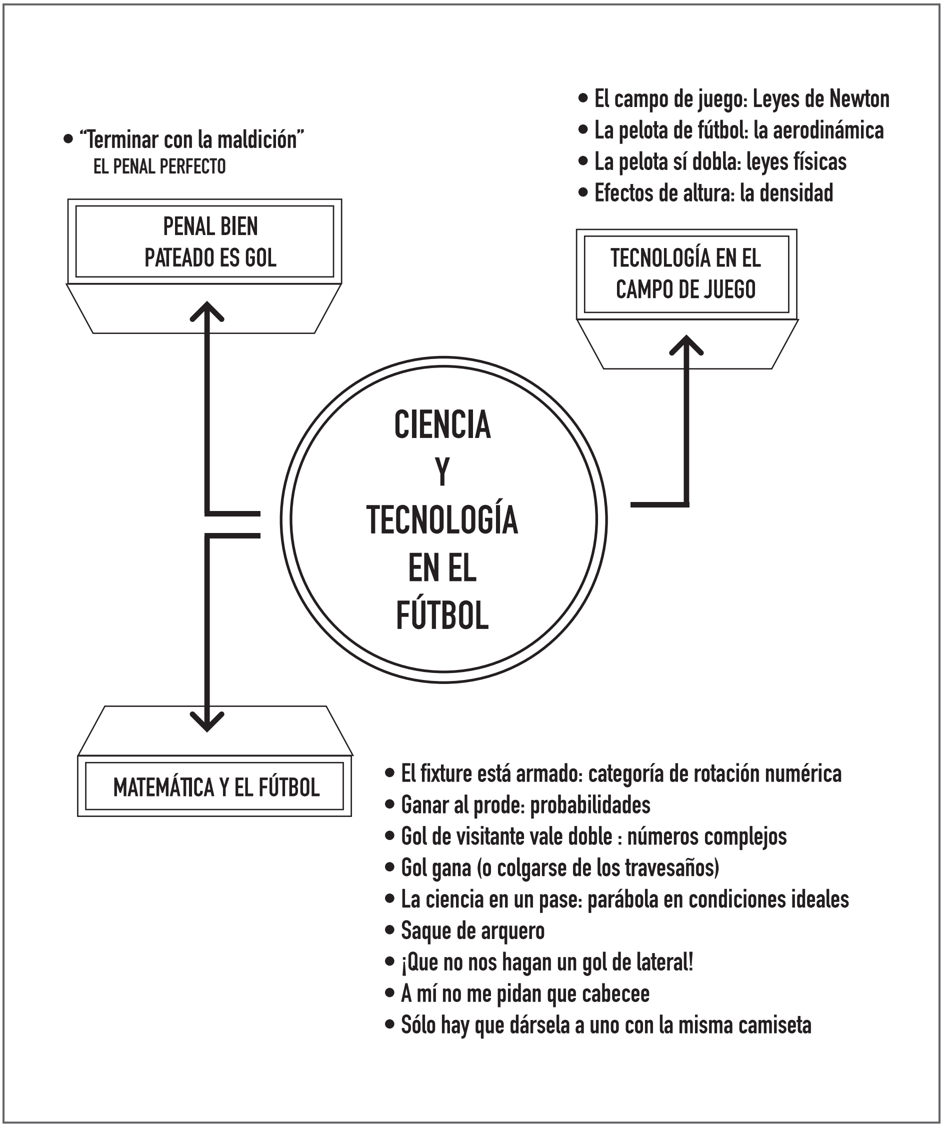
Índice | Campo de deportes

Imágenes del capítulo



4. Campo de deportes

4.1. Red conceptual



4.2. Presentación

En esta guía didáctica, se presenta una gran cantidad de fenómenos, con sus consecuentes explicaciones científicas y tecnológicas. Muchos de los temas abordados son, particularmente, atrayentes para la divulgación de aspectos científicos y tecnológicos.

Se presentan notas de color (humorísticas o históricas) que pueden ser utilizadas para introducir o finalizar la discusión sobre un tema. En particular, imagino que para un alumno puede ser mucho más estimulante discutir el encuentro entre dos móviles (como una pelota y un jugador en movimiento) que resolver el problema usual de "un tren sale de Mar del Plata y otro de Buenos Aires..."

Los temas tratados incluyen varios conceptos fundamentales de Física y Matemática que se estudian en la escuela secundaria:

- sistemas de unidades: transformaciones de unidades, por ejemplo en velocidades de m/s a Km/h
- cinemática: trayectoria, velocidad instantánea y media, aceleración instantánea y media, movimiento rectilíneo uniforme, movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, encuentro de dos trayectorias, tiro oblicuo. Es de notar que en este caso sería posible cubrir casi todos los temas sobre cinemática básica con aplicaciones al fútbol.
- dinámica: Leyes de Newton, concepto y aplicación, principio de acción y reacción, fuerzas. conceptos básicos de aerodinámica, rozamiento, conservación de la energía, teorema de Bernoulli, presión y densidad del aire, variación de la presión con la altura.
- matemática: trigonometría, teorema de Pitágoras,combinatoria, concepto de infinitesimal y de número complejo, vectores, máximos y mínimos de funciones.

4.3. Penal bien pateado es gol

Hay innumerables frases del fútbol referidas a cómo patear un penal, en su gran mayoría culpando al ejecutor en caso de falla. La más famosa de ellas fue enunciada por el árbitro Carlos Nai Foino, cuando en la penúltima fecha del campeonato de fútbol de 1962, exactamente, el 9 de diciembre, River tiene un penal a favor faltando 5 minutos para finalizar el partido con su clásico rival, Boca. El mismo fue pateado por el brasileño Delem y atajado por el arquero Antonio Roma, visiblemente, adelantado al momento de su ejecución. Ante las protestas justificadas de los jugadores de River, el árbitro sentenció **"penal bien pateado es gol"**. Boca terminó ganando y salió campeón.

Cuando el ejecutante se encuentra solo frente al arquero, con la pelota sólo a 11 metros de la línea y pudiendo elegir en qué lugar de los generosos 7,32 metros de ancho y 2,44 metros de alto (fig. 1), muchas cosas pasan por su mente. Existen diversas estrategias para patear un penal: algunos jugadores, los que pueden diferir la decisión hasta el último momento, esperan para elegir dónde enviar el balón hasta que el arquero indique con algún movimiento hacia dónde va a tirarse, mientras que muchos otros, la mayoría, prefiere determinar su tiro con anticipación e intentar un tiro "seguro" hacia dónde el arquero tenga menos chances de alcanzar.

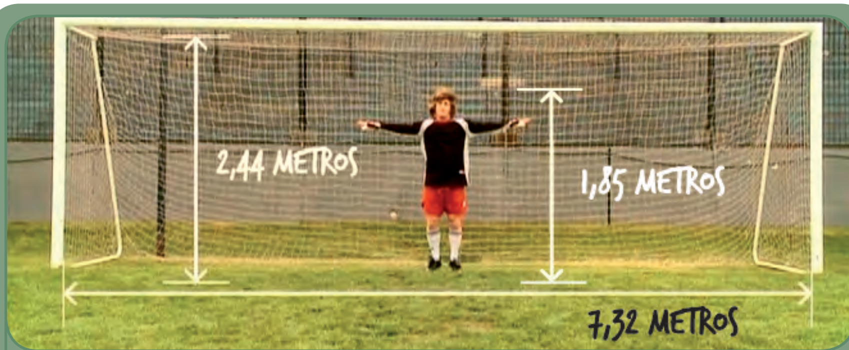


Figura 1. Dimensiones del arco de fútbol

El arquero también tiene muchas opciones, una puede ser intentar anticipar el tiro moviéndose en una dirección antes que el ejecutante llegue al balón (para esto cuenta con la posibilidad de estudiar las estadísticas de los jugadores más conocidos utilizando los recursos técnicos y de archivo con el que cuentan los clubes profesionales de fútbol). Más aún, se han realizado estudios científicos para tratar de anticipar hacia dónde va a ser pateada la pelota de acuerdo a la postura del ejecutante. Al estudiar imágenes de archivo de varios penales, investigadores de una universidad inglesa (Williams y Burtwitz, 1993) descubrieron que si la cadera de un jugador de fútbol que patea con el pie derecho está en línea paralela con la línea del arco, el penal irá con mayor probabilidad al lado derecho del arquero. En cambio, si la cadera forma un ángulo con esa línea lo más probable es que el balón pase por el lado izquierdo del arquero. Además, durante la Eurocopa de 1996 (Franks y Hanvey, 1997) se observó que en el 85% de los penales la dirección de la pelota fue la misma en la que apuntaba el pie "no pateador" de quien ejecutaba la falta. No es seguro que los arqueros tengan conocimiento de estos estudios y, en general, prefieren basarse en su intuición y en el conocimiento del ejecutante. El caso más famoso recientemente, es el del arquero alemán Jens Lehmann y su famoso "papelito", cuando detuvo varios penales a la selección Argentina durante el mundial de fútbol de 2006.

El arquero puede, también, esperar hasta el último momento y, apenas el balón es pateado, tirarse hacia donde se dirige la pelota. Es conocimiento popular que, en este último caso, si el penal es ejecutado "correctamente", esto es, hacia una región del arco donde el arquero tiene muy pocas posibilidades de llegar, el penal se transformará en gol inevitablemente. De allí, la idea de que la responsabilidad mayor en un penal pasa por la buena ejecución.

Tratemos de estudiar en forma más cuantitativa y utilizando conocimientos científicos básicos, cuál es el penal más "seguro" y qué puede hacer el arquero para mejorar su posición frente al ejecutante.

Como en cualquier análisis que involucre el estudio científico de la naturaleza, son tantas las posibles variantes que, para poder hacerlo, es necesario, primero, realizar una simplificación del problema. Es fundamental recordar que en las ciencias naturales, como la física, intentamos explicar los fenómenos de la naturaleza de la manera más fiel posible. Pero, muchas veces, es necesario realizar ciertas aproximaciones e interpretaciones de las ciencias naturales sabiendo que no son del todo exactas.

Buscar las características y marcar las diferencias entre ambas ciencias

CIENCIAS EXACTAS

CIENCIAS NATURALES

Es por eso que las ciencias naturales están en constante cambio, a veces de manera muy marcada, otras más sutiles y, en general, obteniendo cada vez formulaciones teóricas más precisas en su descripción de la naturaleza.
En este caso las simplificaciones que haremos serán las siguientes:

1. nos concentraremos en el caso en que el arquero espera hasta el último momento a que el ejecutante mueva el balón y se dirige hacia la dirección correcta "volando" con todas sus fuerzas para intentar detenerlo. El caso en que el arquero se mueva antes, estará en parte contemplado pero con algunas características diferentes. De la misma forma, como el arquero no se mueve, consideramos que el ejecutante decide, previamente, hacia dónde patear, intentando imprimirle la mayor violencia posible al balón;
2. supondremos que el arquero se encuentra parado en el centro del arco al momento de ejecutar y que tiene el mismo alcance al volar tanto hacia su derecha como a su izquierda. Esto no suele ser cierto para un arquero en particular, pero sí en el promedio estadístico de todos los arqueros (no pretendemos estudiar a un jugador específico). Obviamente, el caso puede extenderse cuando un arquero se coloca en una posición asimétrica, logrando un mayor alcance en una dirección que en otra, pero eso lo haría tan sencillo para el ejecutante que jamás se observaría esa situación en la realidad.

Un tiro potente de un jugador profesional puede alcanzar los 100 Km/h sin muchas dificultades. Dadas las dimensiones del campo de juego y, sobre todo, las involucradas en un penal, éstas no son las unidades más adecuadas para caracterizar el fenómeno. Para pasar a unas más naturales, como m/s, sólo hay que dividir por 3,6 dando como resultado unos 30 m/s.

Notar que la transformación exacta es:

$$100\ Km/h * 1.000 m/Km * 1h/3600s = 100/3,6\ m/s = 27,77\ m/s$$

Pero como estamos hablando de órdenes de magnitud (resaltar esto cuando se discute un tema sin necesidad de alcanzar una precisión tan alta), es suficiente decir que es alrededor de 30 m/s. Existe cierta creencia muy equivocada, confirmada luego de hablar, incluso con periodistas, que los penales son pateados con una velocidad menor que los tiros libres desde fuera del área porque la pelota recorre menos distancia y, entonces, no tiene suficiente tiempo para acelerarse.

Es importante recalcar un concepto dinámico básico en la ejecución de un balón: durante el corto tiempo en que el pie del ejecutante se encuentra en contacto con el balón se ejerce una fuerza muy grande sobre él, transfiriéndole a la pelota un impulso que resulta en una velocidad inicial proporcional al esfuerzo realizado con el jugador.

Esto es, durante un corto tiempo (del orden de unas pocas centésimas de segundo) la pelota sufre una impresionante aceleración. Podemos estimar cuán grande es ésta, simplemente, calculando la aceleración promedio: la velocidad inicial del balón es 0 m/s, ya que, inicialmente, se encuentra quieta, mientras que, luego de transcurrido un tiempo $\Delta t=0,03$ s, se mueve a unos 30 m/s. La aceleración media viene dada por $a=\Delta v/\Delta t = (30m/s) / 0,03s = 1.000 \times m/s^2$, ¡esto es unas 100 veces la aceleración de la gravedad! (que es aproximadamente 10 m/s^2). Pero una vez que la pelota deja de estar en contacto con el pie del ejecutante, ninguna de las fuerzas que se ejercen sobre el balón puede hacer que se acelere (no se trata de un proyectil con motor o un cohete). En todo caso, las fuerzas que sí se aplican sobre la pelota son la de la gravedad, que la hace caer, y las de fricción que sólo pueden frenarla. La única razón por la que, en general, se observa que los tiros libres suelen ser ejecutados de tal forma que el balón adquiera la mayor velocidad, ya que es NECESARIO hacerlo para que llegue al arco antes de que el arquero pueda reaccionar, mientras que en los penales, a veces, es conveniente sacrificar **velocidad** para ganar en **precisión.**

Volviendo al penal, la pelota debe recorrer al menos 11 metros, en realidad un poco más ya que si el jugador patea hacia un rincón, la distancia recorrida alcanza unos 11,6 metros (cantidad que puede ser obtenida utilizando, simplemente, el teorema de Pitágoras en el triángulo rectángulo imaginario formado por la línea que va del punto penal hacia el centro del arco como uno de los catetos, la línea del arco marcando el otro y la trayectoria lineal desde el punto penal hasta uno de los postes del arco como hipotenusa). Se puede ver en la figura 2 cómo se obtiene esta cantidad utilizando el teorema de Pitágoras (la suma de los cuadrados de los

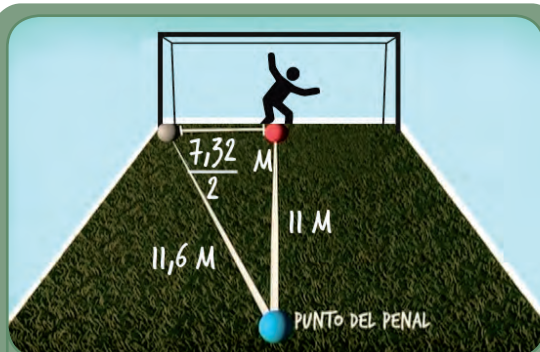


Figura 2. Distancia máxima desde el punto penal al arco

catetos es igual al cuadrado de la hipotenusa) $\sqrt{(7,32/2)^2 + 11^2} = 11,6$

¿Cuánto tiempo tarda, aproximadamente, la pelota en llegar al arco?

Despreciando el efecto del rozamiento con el aire o el pasto, que en estas distancias cortas y a velocidades tan altas es bastante limitado y, dado que en la dirección horizontal no se aplica sobre el balón ninguna otra fuerza, este tiempo puede ser calculado utilizando las reglas básicas del movimiento rectilíneo uniforme. (Esto es, el arquero tiene apenas una fracción (menos de la mitad) de segundo para observar hacia dónde se dirige la pelota, reaccionar, tensar los músculos de sus piernas para poder volar y estirar sus brazos tratando de desviar el balón. ¡No parece demasiado!

Notar que en la dirección vertical se trata de un movimiento acelerado por g, pero esto no cambia la trayectoria horizontal T=d/v = 11 m/ 30m/s = 0,36675 s

Además algunas fracciones de segundo son necesarias para lograr la máxima extensión de las fibras musculares y obtener una estirada mayor en el vuelo. Es muy difícil estimar precisamente cuál es el alcance del vuelo en ese corto tiempo, pero estudios estadísticos realizados en diversos deportistas muestran que un arquero profesional puede llegar a cubrir un radio de aproximadamente 3 metros. Y esto es en el caso más beneficioso para el arquero, cuando elige en qué dirección tirarse con anterioridad y lo hace apenas el jugador patea. Con suerte, su elección coincide con la del ejecutante; pero tomemos estos 3 metros como el alcance posible.

En personas sedentarias, la capacidad de reacción neuromotora (el tiempo entre recibir el estímulo visual y reaccionar a él) es de alrededor de 0,2 a 0,3 segundos (al menos). Para deportistas entrenados esta puede bajar a 0,1 s, esto es cuando el arquero reacciona, la pelota ya ha recorrido unos 30m/s * 0,1 s= 3 metros.

Eso significa que, aproximadamente, hay una zona de medio metro desde cada uno de los palos a los que el arquero no puede alcanzar. La figura a continuación muestra cuál es la zona “gris” que resulta inaccesible al arquero que, en términos de superficie del arco, es de aproximadamente un 30% del mismo.

Figura 3. Alcance máximo del arquero en el tiro penal

Esto es, si el ejecutante envía el balón a una velocidad alta hacia esa región, el arquero no tiene chances de alcanzarla si ha decidido esperar a moverse a último momento. Definitivamente se transformará en gol. Por supuesto, el arquero podría moverse antes, pero en ese caso el jugador podría también esperar a observar ese movimiento para elegir su tiro. La presión para el delantero, aún con la existencia de esta zona gris, pasa por tener la precisión suficiente para colocar el balón allí sin desviarlo fuera del arco. Como también dice el conocimiento popular: **"en el penal, fuerte y a un palo es gol".**

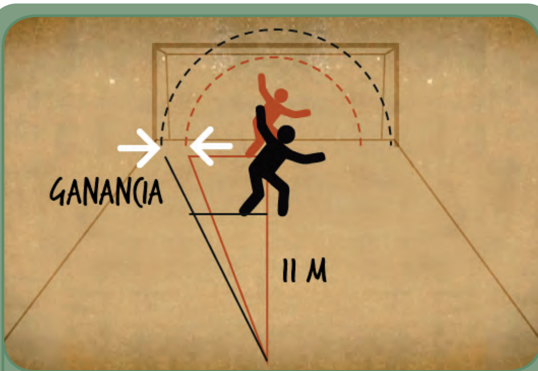


Figura 4. Ganancia en cobertura en el adelantamiento del arquero

El arquero tiene, sin embargo, una herramienta más para mejorar sus posibilidades, aun cuando tenga que enfrentar a un ejecutante muy preciso, capaz de colocar la pelota en alguno de los dos ángulos formados por los postes y el travesaño. Si logra un alcance mayor en su vuelo, el arquero podría, engañando las reglas del fútbol, adelantarse unos pasos logrando una mayor cobertura efectiva en el disparo. Por una simple cuestión de trigonometría, al adelantarse el ángulo cubierto por el arquero automáticamente se agranda, veámoslo en una figura simplificada.

Si el arquero tiene un alcance de 3 m, tomemos ésta como su máxima altura alcanzable, y se patea desde 11 m, entonces el ángulo máximo de cobertura viene dado por $\mathrm{Tan}(\alpha)= 3m/11m = 0{,}27$ por lo que el ángulo es de unos 15 grados. Si el arquero se adelanta 1 metro, ahora el ángulo cambia ya que sólo se encuentra a 10 metros de la pelota (en lugar de 11), por lo cual $\mathrm{Tan}(\alpha)= 3m/10m = 0{,}3$ o un ángulo de poco más de 17 grados. Si proyectamos este ángulo ahora sobre los 11 metros, que es la posición donde se encuentra el arco respecto del punto penal, la altura "efectiva" cubierta en el arco es de $h=\mathrm{Tan}(\alpha)$ *11 m = 3,3 m. Esto es, adelantándose un metro logra cubrir unos 30 centímetros más. Con apenas un paso más será capaz de cubrir la zona necesaria para el caso que la pelota se dirija hacia la base de uno de los postes.

Figura 5. Máxima distancia al ángulo

Pero, **¿cuánto deberá adelantarse para cubrir completamente todo el arco?**
Notemos que el punto más lejano para el arquero corresponde a los ángulos superiores. Podemos calcular cuál es la distancia al centro del arco utilizando nuevamente el teorema de Pitágoras que, simplemente, nos dice que $d^2= (L/2)\ 2 + H^2$ resultando en que la diagonal correspondiente es de unos 4,4 metros (fig. 4)

¿Cuál es el ángulo correspondiente visto desde el punto del penal?
Se obtiene calculando Tan(α)= 4.4m/11m = 0,4 por lo que el ángulo es de unos 21,8 grados.

¿Cuánto debe adelantarse el arquero para cubrir ese ángulo?
La distancia a la que se debe encontrar medida, desde el punto del penal, es 3m/ Tan(α)=7,5 metros, donde utilizamos 3 metros, nuevamente, como el alcance máximo de la estirada del arquero. Esto significa que si el arquero se adelanta 3,5 metros, entonces podría, eventualmente, cubrir todo el arco sin dejar zonas grises. Por supuesto, se trata de un adelantamiento más que notable, pero se ha visto en algunos partidos de fútbol con árbitros muy distraídos o permisivos.

La siguiente figura da una idea de la zona cubierta dependiendo del adelantamiento del arquero.

Figura 6. Cobertura de acuerdo al adelantamiento del arquero

La discusión puede finalizar señalando que, si bien parece ser que adelantarse es ganancia pura, en realidad estamos suponiendo que el arquero sigue cubriendo 3 metros aún cuando se adelanta. Esto no es completamente cierto, ya que al encontrarse más cerca del punto del penal al momento de efectuarse el disparo, el tiempo que tarde la pelota en alcanzar la nueva línea del arquero es menor y, por lo tanto, si el arquero mantiene las mismas características su alcance, necesariamente, se reducirá un poco (despreciamos este efecto, difícil de estimar con precisión para simplificar el problema). En particular, si el arquero se coloca muy cerca del ejecutante, siguiendo con este razonamiento, el arquero siempre evitaría el gol. Sabemos que esto no es cierto, los delanteros que enfrentan “mano a mano” a un arquero suelen convertir el tanto. La razón es que a distancias del orden de 3 metros, y con un tiro nuevamente de unos 30 m/s, la pelota demora solo 0,1 segundos en encontrar al arquero, tiempo apenas suficiente para que éste pueda atinar a reaccionar mentalmente pero muy difícil que pueda llegar a mover sus brazos o piernas para detener el balón. Como también indica la sabiduría popular, en el “mano a mano” hay que tocarla a un costado y el arquero queda desarmado. Lo único que hay que evitar es patear ciegamente al cuerpo de éste, ya que sólo, en ese caso, tiene posibilidad de detener la pelota.

PARA INVESTIGAR Y DEBATIR
Análisis reciente realizado por científicos británicos (encargado por la corredora de apuestas Ladbrokes) para encontrar la “fórmula de los penales”

(news.bbc.co.uk/hi/spanish/specials/2006/alemania_2006/newsid_5112000/5112482.stm)

Un caso interesante es el de los arqueros que además patean penales, ya que conocen las dos funciones y eso los puede ayudar tanto para ejecutarlos como para detenerlos.

4.3.1. "Terminar con la maldición"

El penal perfecto

$$(((X+Y+S)/2)x((T+I+2B)/4))+(V/2)-1$$

V: Velocidad del balón tras ser pateado
T: Tiempo entre el acto de poner el balón en el lugar preciso y patearlo
S: Número de pasos
I: Tiempo en que el balón es golpeado después de que el arquero comienza a arrojarse
Y: Colocación vertical del balón desde el suelo
X: Colocación horizontal del balón desde el centro
B: Posición del pie al patear el balón

La fórmula es una combinación de elementos, como la velocidad, número de pasos, entre otros, sin el más mínimo sentido, ya que sólo "mezcla" cantidades sin decir siquiera en qué unidades deben ingresarse en la "supuesta" fórmula. Además, aún cuando uno obtuviera un número a partir de ella, no dice cuál es su valor ideal.
Es probable que esto se deba a un error de la BBC al difundirlo, pero es un buen ejemplo de cómo no se debe hacer divulgación de la ciencia.

4.4. Tecnología en el campo de juego

La práctica profesional del fútbol ha cambiado notablemente en las últimas décadas. Cuando se suele hablar de los factores que provocaron este cambio, se cita la aparición de tácticas y estrategias de juego más variadas y agresivas, apoyadas por una preparación física mucho más intensa. Sin embargo, se suele olvidar la influencia que ha tenido en estas modificaciones la introducción de nuevas tecnologías en el desarrollo de, por ejemplo, los balones y botines de fútbol, y el mejoramiento innegable de los campos de juegos.

¿Alguien puede creer que el increíble ritmo de juego que se observa hoy día podría ser llevado a cabo en los antiguos campos que, a las pocas fechas de iniciado el campeonato, ya perdían casi todo vestigio de color verde, con el césped sobreviviendo sólo en la zona menos transitadas de la cancha, como alrededor de las esquinas?

Ni siquiera hace falta remontarse al pasado: más allá de la innegable diferencia de capacidad de los jugadores, sólo hay que comparar un partido de fútbol jugado en un moderno estadio europeo, donde se observan pases realizados con gran precisión, con uno jugado en una cancha del ascenso del conurbano, donde la pelota pica para cualquier lado al encontrarse con alguna mata de pasto salvaje. Sería posible ver los fantásticos goles de tiro libre que se observan en la actualidad si se volvieran a utilizar las viejas pelotas de tiento, o más aquí temporalmente, los humildes balones de cuero que aumentaban drásticamente su peso en los días de lluvia al absorber la humedad.

Sin lugar a dudas, los avances tecnológicos han afectado tanto a este deporte, que en lugar de aseverar que los campos de juego deben estar en perfecto estado porque los jugadores tienen un estado físico impecable, tal vez uno deba preguntarse si el mejoramiento del estado del campo no fue la causa que impulsó el cambio en el juego. Tanto como el diseño de los nuevos balones, difíciles de atajar, ha generado que se realice una mayor cantidad de tiros de larga distancia al arco en los últimos años.

4.4.1. El campo de juego: leyes de Newton

Las mejoras en los campos de juego son increíbles. No sólo el césped es mucho más duradero, en algunos casos es directamente sintético. La absorción y el drenaje del agua bajo fuertes tormentas es asombrosa, evitando que se suspendan partidos de fútbol, como ocurría frecuentemente hace un par de décadas. Algunos estadios con techo cerrado permiten mover el campo de juego al exterior para que reciba la luz solar y en pocas horas colocarlo en el sitio que corresponde para jugar.

PARA DEBATIR
En Internet están disponibles imágenes de estadios de Alemania y de Japón-Corea que los alumnos pueden ver en un laboratorio de computación.

Un ejemplo interesante para discutir es el de los estadios del mundial de fútbol Alemania 2006 (presentado por el ingeniero Picasso). El césped de los estadios de Alemania fue producido en dos granjas de Holanda y, luego, implantado en todos los campos de juego y de entrenamiento, para lograr que el césped fuera uniforme en todos los sitios. Las alfombras de césped fueron trasladadas en camiones refrigerados o de noche. Aunque la intención fue buena, las especies utilizadas resultaron ser de raíces de lento crecimiento y, dado que fueron colocadas apenas unas semanas antes del comienzo del mundial, no tuvieron tiempo de extenderse firmemente en el suelo. Por ello, durante la última copa del mundo se observó muchas veces cómo el césped se levantaba y, sobre todo, que muchos jugadores patinaban. Las lesiones de Lucho González y Michael Owen son claro ejemplo de las fallas del césped (El ingeniero Picasso puede proveer varias fotos con césped que saltaba en pedazos cuando los jugadores frenaban o picaban).

Cuando un jugador quiere frenar, acelerar o cambiar bruscamente de dirección, necesita un agarre (fricción) mayor con el suelo para evitar que se produzcan desplazamientos laterales. Desde el punto de vista de la física la situación es sencilla, aún para caminar uno realiza sobre el piso una fuerza con el pie.

El suelo "devuelve" esa fuerza, el par de acción-reacción aplicada por la persona, que de acuerdo a las Leyes de Newton es de igual magnitud a la realizada pero en el sentido opuesto.

Literalmente, para moverse hacia delante uno aplica una fuerza sobre el suelo hacia atrás. Para poder lograrlo es necesario que exista una fricción entre el calzado y el piso, en caso contrario uno puede hacer un esfuerzo con sus músculos pero no trasmitirlo al suelo, por ello es tan difícil caminar sobre hielo.

Cuanto mayor sea la aceleración buscada mayor debe ser esta fuerza y, por lo tanto, mayor deberá ser el “rozamiento” con el suelo para soportarla sin deslizar.
La fuerza máxima que puede realizarse depende de las características de la suela y del piso, y es además, aproximadamente proporcional al peso de la persona. Por ello, mover un objeto apoyado sobre el piso requiere un esfuerzo mayor si éste es más pesado, no sólo porque su masa inercial es más grande (y por lo tanto hace falta una fuerza mayor para llevarlo a la misma aceleración) sino porque la fricción, que se opone al movimiento, también aumenta con el peso.

Volviendo al caso de los futbolistas, como los movimientos son más bruscos que lo normal, se utilizan tapones en los botines, que proporcionan un agarre mayor al suelo y al césped. Cuando éste no tiene suficiente trama y con crecimiento, exclusivamente, vertical (como ocurrió en el mundial) no hay forma de que el suelo soporte las fuerzas realizadas por los jugadores y, al exceder el máximo de lo que el piso puede resistir, se produce, naturalmente, el deslizamiento del botín en la dirección en que se ejerce la fuerza, esto es opuesto al sentido en que el jugador pretende moverse.

Por ello, el jugador suele caer “con las piernas abiertas”, ya que mientras la pierna que no está en contacto con el suelo se dirige en la dirección deseada por el jugador, la de apoyo se mueve en el sentido contrario al producirse el deslizamiento, siendo entonces, muy posible que se provoquen lesiones. Nuevamente las lesiones de Lucho y Owen son ejemplos claros.

En Argentina se suele utilizar gramilla sembrada que crece horizontalmente en todas direcciones formando una trama con gran cantidad de puntos de anclaje al suelo impidiendo su arrancado. Por ello, el agarre de los botines con el césped es mucho mayor y los deportistas no patinan tan frecuentemente, aún en condiciones de lluvia copiosa.

Para ilustrar mejor el tema, entrevisté a un especialista como el ingeniero Gustavo Picasso, a quien contacté y estuvo dispuesto a participar del programa respondiendo a las siguientes preguntas:

¿Cómo se construye el campo de juego?
G.P.: La construcción del suelo del estadio requiere una importante obra de ingeniería. Por sobre una capa de grava necesaria para permitir el drenaje del agua se colocan los caños ranurados para drenaje, en forma de espina de pescado que eliminarán todo el exceso de agua que circula por el perfil manteniendo la superficie en condiciones de uso aún después de una intensa lluvia.
También se colocan los caños para el sistema de riego, actualmente sólo 3 aspersores quedan dentro del campo de juego (en las dos áreas y en el punto central) y, el resto de los aspersores, riegan desde el exterior del campo para no perturbar la superficie de juego, haciendo que el agua llegue con uniformidad a todos los puntos del mismo.
En algunos estadios europeos se incluye un sistema cerrado de tubos de calefacción para evitar el congelamiento del pasto en el invierno y permitir el rápido derretimiento de la nieve.

Por encima de todo eso, una nueva capa de grava los separa de la capa de tierra fértil junto a arenas seleccionadas y el fertilizante.

Los fertilizantes más usados para la implantación son los basados a fósforo que ayuden en el correcto desarrollo de las raíces de las nuevas plantas. Una vez germinadas las mismas se continúa con fertilizante tipo NPK (nitrógeno, fósforo, potasio en relación 2, 1, 2). El nitrógeno es el principal elemento que compone el tejido vegetal, y el potasio ha tomado mucha importancia porque regula la pared celular dando resistencia a la planta a los stress, y mejora el intercambio osmótico de la misma.

Hoy con el avance de todas las ciencias, también, se cuidan otros elementos menores como el hierro (importante porque forma parte de la clorofila), Mg y otros como boro, molibdeno y zinc entre otros.

El césped puede ser sembrado, con semillas, cuidadosamente, elegidas, o colocado en alfombras o panes cultivados previamente en granjas de producción de césped.

¿Cómo es el sistema de drenaje de los campos argentinos?
G.P.: Si bien se ha avanzado mucho en estos últimos años, el drenaje se ha mejorado más por aporte de arena al suelo que por un sistema completo de drenaje. El costo que esto implica y el tiempo que lleva, hace bastante difícil lograr que los clubes acepten hacerlo. El aireado con púas huecas más el arenado posterior es una forma de lograr mejorar la infiltración del suelo aumentando los espacios de aire y eliminando la compactación evitando utilizar tecnologías más costosas, aunque por supuesto el resultado es parcial y nunca se llega a la absorción de un campo con drenaje subterráneo.

¿Qué variedad de césped se utiliza y en qué se diferencia del europeo, que como se observa en la televisión, suele aparecer como más “parejo”?
G.P.: En Argentina, todos los campos de fútbol profesionales, son de bermuda (gramilla) resembrada en invierno con ryegrass. Según el presupuesto de cada club se utilizan distintas calidades de ryegrasses. Los mejores son las variedades americanas específicas para césped. Estas variedades son las que permiten, con un corte adecuado y un buen mantenimiento, obtener una superficie casi perfecta como la de los campos europeos. Hay que destacar además que, en Europa, los presupuestos son varias veces superiores a los de los clubes nacionales y utilizan muy poco los terrenos de juego para poder mantenerlos con apariencia de alfombra.
Allí se utilizan otras especies porque el clima es diferente y la bermuda no se desarrolla bien en climas muy nublados o con períodos fríos muy largos. Por lo que basan sus superficies en especies como poa pratensis y ryegrass perenne, fundamentalmente (las especies usadas para el mundial).

¿Hay mucha tecnología aplicada al mantenimiento del campo de juego?
G.P.: Como tecnología aplicada al campo de juego, todo el tema de las maquinarias es muy interesante, hoy un parque de maquinarias completo para una cancha sale un par de cientos de miles de dólares. Las más destacadas son las máquinas de corte helicoidales que hacen el corte del césped de la misma forma que una tijera, a diferencia de las típicas bordeadoras o cortadoras hogareñas que lo hacen por impacto de un filo contra la hoja del césped desgarrándola. Esto no sólo produce muerte del tejido produciendo un color amarillo amarronado sino que además es entrada de enfermedades. También se usan aireadores de púa huecas, arenadoras, detachadoras, cortadoras verticales.

Un tema para discutir es el del césped artificial, que la FIFA ya está probando y se utilizó en el mundial sub-20 de Canadá 2007. Se puede observar en las imágenes televisivas que cuando los jugadores pateaban se levantaba algo que parecía arena, ¿por qué? También se veía que el pique de la pelota era muy irregular, en ocasiones la pelota patinaba y en otras se frenaba más de lo que estamos acostumbrados con el césped común. ¿Convendría dialogar con algún jugador de fútbol sobre distintas experiencias en campos deportivos al respecto?

G.P.: El comentario de un jugador es más importante que todo lo que yo pueda aportar.

- Por supuesto que como empresa de semillas defendemos el césped natural y puedo mencionar varias razones:
- Costo inicial: mucho más alto en césped artificial.
- Reemplazo después de 8 a 15 años de uso genera 250 t de desperdicios no reciclables.
- Todos los años implica el aporte de 3 t de caucho molido que desaparece (contamina otros lugares) por riego y en los zapatos de los jugadores.
- Riesgo de incendio, especialmente en estadios cerrados.
- Calentamiento excesivo de la superficie complicando los partidos en verano durante el día.
- Lesiones en los jugadores (un problema serio en los jugadores de fútbol americano)
- Falta de absorción de las lluvias.
- Ausencia de intercambio de gases como Co^2.
- Utilización de químicos contaminantes para evitar la electricidad estática, o alguicidas, entre otros.

4.4.2. La pelota de fútbol: la aerodinámica

Los balones de fútbol cambian constantemente, de hecho suelen ser distintos los que se usan en las copas del mundo, copas Libertadores y Sudamericana y en los distintos campeonatos nacionales. En muchos casos este cambio tiene que ver con cuestiones estrictamente comerciales, dependiendo de qué empresa obtenga el contrato correspondiente. Más allá de las razones, es conocido que cada vez que se produce un cambio en el diseño de la pelota, se escuchan voces de los jugadores y, sobre todo, de los arqueros comentando sobre las mayores dificultades para dominarla. En general éstas se refieren a las características del balón en vuelo que, en muchos casos, suele mostrar un notable zigzagueo en su trayectoria, sobre todo cuando el ejecutante le pega de lleno (por ejemplo con la punta del pie o el empeine). Si bien esto afecta en principio a todos los jugadores por igual, el resultado es bastante diferente para los arqueros y los ejecutantes. Una diferencia de algunos centímetros en la trayectoria perjudica a quien patea, que de todos modos tiene varios metros de arco como para permitirse un pequeño fallo, pero lo hace mucho más en el caso del arquero, para quien ese movimiento errático puede significar que la pelota directamente escape del alcance de sus manos. Es común escuchar a los arqueros decir que las nuevas pelotas son “más livianas” que las que se utilizaban hace algunos años.

¿Cómo puede ser que los balones sean tan diferentes?
¿No existen reglas para su diseño y confección?

La FIFA impone algunos criterios sobre las características “estáticas” de la pelota, como diámetro y peso, pero no así sobre su comportamiento aerodinámico. Por ejemplo, los balones profesionales deben pesar entre 420 y 445 gramos y tener una circunferencia de entre 68,5 y 69,5 cm. La pelota utilizada en el último mundial de fútbol 2006, la + Teamgeist tiene un peso de entre 441 y 444 gramos, esto es, dentro del límite superior de lo permitido, y bastante más pesada que la Fevernova, utilizada en el mundial 2002, con un peso de unos 430 gramos.

Desde el punto de vista de su masa, el nuevo balón no es “más liviano” sino más pesado que los anteriores. Otras características básicas, asociadas más a su comportamiento en juego, tienen que ver con la presión de inflado y con la uniformidad en el rebote. La siguiente infografía de Clarín resume las características principales.

Infografía de Clarín sobre el balón del mundial

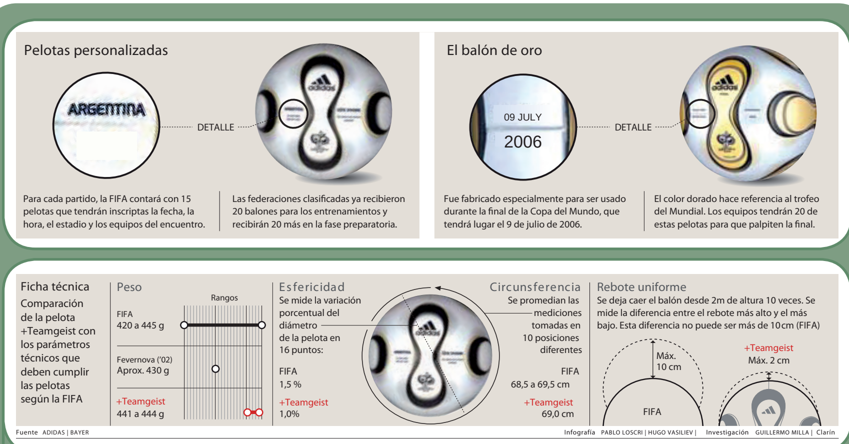


Figura 7. Infografía de Clarín sobre el balón del mundial

Por ejemplo, nada dice sobre el detalle de su superficie, más allá de que debe "ser de cuero o de otro material aprobado". Mientras que la superficie de los balones más antiguos estaba formada por una gran cantidad de gajos (del orden de 30) cosidos entre sí, el nuevo balón posee sólo 8 paneles pegados, resultando una superficie mucho más uniforme. Como veremos, esto determina características aerodinámicas muy distintas para la pelota, afectando sustancialmente su comportamiento.

Una de las características aerodinámicas más importantes está relacionada con la mayor o menor resistencia que sufre cualquier objeto al moverse en el aire. Éste, como cualquier otro fluido viscoso genera una fuerza de fricción que se opone a la dirección de movimiento, resultando, en este caso, el frenado del balón. La viscosidad es, justamente, la oposición que ejerce el fluido ante deformaciones, lo cual, por ejemplo, limita su capacidad de fluir (por ello suele caracterizarse la viscosidad de ciertos aceites de acuerdo al tiempo que demoran en fluir por un determinado conducto). Si pensamos un fluido formado por delgadas capas adyacentes, el rozamiento entre esas capas imaginarias, que impide que pueda ser deformado sin mayor esfuerzo, es la viscosidad, cuyo origen primario se encuentra directamente en la interacción entra las moléculas que forman el fluido.

El concepto de la conveniencia de reducir el rozamiento con el aire, para poder lograr un efecto mayor con el mismo esfuerzo, es de dominio público. El automóvil resulta un ejemplo cotidiano, donde es fácil observar que, además de por razones estéticas, se tiende a suavizar todos sus ángulos, en particular aquellos que tienen que ver con el frente del vehículo. De esta forma se puede lograr disminuir, sustancialmente, el frenado producido por el aire, obteniendo un mejor rendimiento. Estos fenómenos se estudian con mucho detalle en túneles de viento.

Por supuesto, en el caso del balón de fútbol no es posible cambiar su forma pero sí modificar sus características. Para entender mejor las características del balón en vuelo, es conveniente estudiar la situación “parado” sobre el balón (propiamente dicho, en un sistema de referencias fijo a la pelota). Desde ese sistema, el balón está quieto y vemos al aire que se mueve y lo atraviesa con la velocidad opuesta a la que lleva el balón en el campo de juego. Los estudios en túneles de viento utilizan esta propiedad: las leyes de la física son las mismas en el sistema en el que el objeto está en reposo o moviéndose (estrictamente a velocidad constante) para poder realizar los análisis de manera más precisa al tener el cuerpo fijo y generando un flujo de aire bien controlado.

Cuando el aire se encuentra con el balón, se produce un efecto como el que se muestra en la figura siguiente: las líneas de aire “bordean” la superficie del balón, pegándose a ella en el frente y separándose de la misma en la zona posterior. Esta separación de las líneas de aire, genera la producción de un flujo más o menos turbulento, cuyas características dependen del detalle de la superficie del balón.

Como también se observa en las imágenes, hay una zona de algunos pocos milímetros alrededor de la pelota, denominada la capa límite, donde realmente importa la viscosidad del aire. En esa zona, el aire se pega a la superficie produciéndose el frenado del mismo por rozamiento, mientras que más lejos de la superficie el flujo pasa casi sin ver afectada su velocidad. Esta transmisión de energía (o de impulso) del balón hacia el aire, debido a la viscosidad, que causa el frenado del mismo provocando además la separación de las líneas de aire (que se observa en la zona posterior del balón) y la formación de las turbulencias. Cuanto antes se desprendan las líneas mayor transferencia de impulso del balón hacia el aire.

Recordar que el impulso transferido es contrario al movimiento del aire y por ello también lo frena.

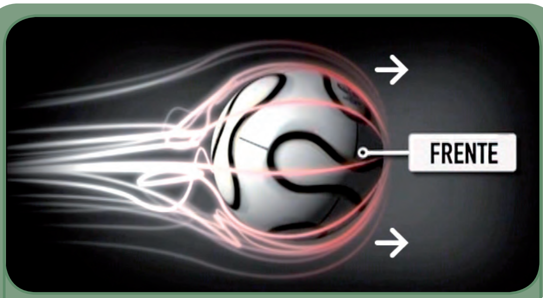


Figura 8. Flujo de aire sobre el balón

La figura 8 muestra el comportamiento de las líneas de aire al frente y en la zona posterior al balón.

Una característica general es que la fuerza de fricción aumenta a medida que aumenta la velocidad, hasta llegar a una velocidad crítica, donde disminuye drásticamente. La razón por la que esto sucede es que, en la zona exterior a la capa límite, el aire se mueve a mayor velocidad, prácticamente sin sufrir alteración por la presencia del balón. Al alcanzar velocidades muy altas, es posible que parte de este flujo externo penetre en la capa límite volviéndola inestable (turbulenta), aumentando, entonces, la velocidad del aire dentro de la misma y logrando que el desprendimiento de las líneas de aire se produzca con retraso, resultando en una menor adherencia y, por lo tanto, en una menor transferencia de momento y una reducción de la fuerza de frenado. La figura 9 muestra las diferencias del flujo entre ambos casos.

Una forma sencilla de crear estas inestabilidades en la capa límite es incorporando muy pequeñas irregularidades en la superficie del balón.
El ejemplo más claro es el de las pelotas de golf que, inicialmente, eran perfectamente esféricas y hoy se diseñan con una gran cantidad de pequeños huecos sobre su superficie. Cuenta la historia que, por casualidad, un jugador decidió probar suerte con una pelota que había sido deformada por un pisotón, observando que lograba un alcance mayor que con las que se encontraban en buen estado. A partir de ello se estudió con mayor detalle sus propiedades, notando que unas pequeñas irregularidades podían ayudar a disminuir, notablemente, el arrastre del aire, mejorando sus propiedades aerodinámicas al provocar turbulencias sobre la superficie.

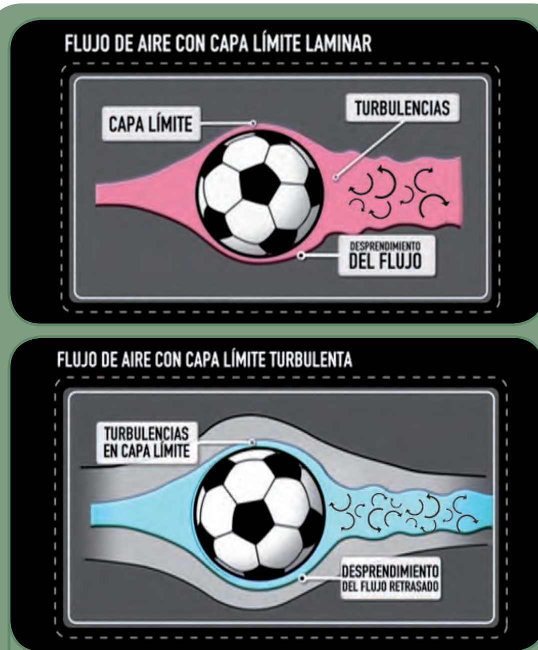
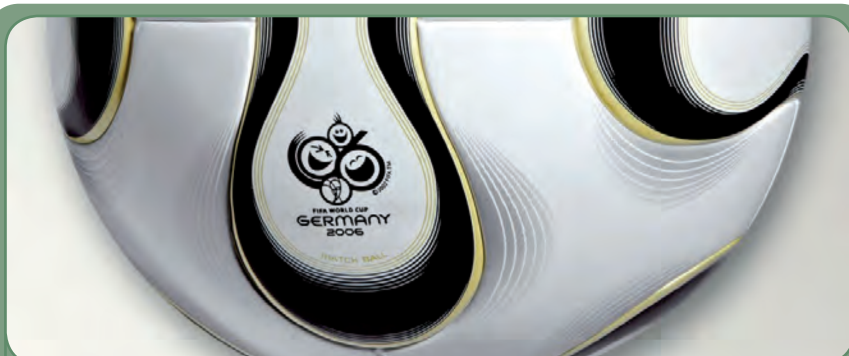


Figura 9. Flujo de aire con capa limite "laminar" (arriba) o turbulenta (abajo)

Investigaciones recientes sobre los nuevos balones de fútbol, muestran, además, que las irregularidades producidas, por ejemplo, por las costuras de los gajos, entorpecen el rozamiento con el aire y ayudan a reducir las turbulencias en la zona posterior, resultando un balón más estable en vuelo. En el caso de pelotas como la + Teamgeist, al no poseer costuras, se observa la producción de dos grandes remolinos de aire en la parte posterior que resultan ser responsables de la trayectoria zigzagueante de la que se quejan los arqueros. Similares estudios en otros balones, confirman que las pelotas con superficies más desparejas son más estables en vuelo.



4.4.3. La pelota sí dobla: leyes físicas

El 2 de junio de 1996, la selección argentina dirigida por Daniel Passarella jugaba un importante partido por las eliminatorias para el Mundial de Francia 1998 frente al combinado de Ecuador. En Quito, a 2850 metros de altura, Argentina perdía el partido 2-0 y, apenas finalizado el mismo, el técnico de nuestro seleccionado opinaba sobre los problemas de jugar en la altura: *"No hablo ni del clima ni de la altura, sólo digo que no pudimos jugar. ¿O a ustedes les pareció algo normal que jugadores de gran despliegue estuvieran parados y sin reacción durante varios pasajes? Yo jugué en la altura y es imposible, casi me muero; se siente una gran impotencia. Ustedes vieron que la pelota no tomaba el efecto, no doblaba. Ortega tiró varios córners y en ninguno pudo acertar con la dirección. O se le iba larga o se le quedaba corta. Al haber menos resistencia atmosférica la pelota va mucho más rápido".*

Además de la queja usual de los jugadores cuando deben ir a la altura al respecto de los problemas físicos que esto acarrea, Passarella remarcaba, al pasar, una frase que quedaría en la historia como "la pelota no dobla", intentando resumir la dificultad que enfrentan aquellos jugadores que no están acostumbrados a esa condición a patear con efecto (o rosca, o chanfle, o banana, etc.). Y agregaba que eso se debía a efectos atmosféricos. Veamos cómo se entiende esto desde el punto de vista científico.

Una forma muy atractiva de estudiar el fenómeno relacionado con la comba de la pelota es ejemplificándolo con un tiro libre exquisitamente ejecutado. El ejemplo utilizado mundialmente es el del Roberto Carlos jugando para la selección de Brasil frente a Francia en junio de 1997, conquistando un gol de tiro libre en el que la pelota parece irse afuera por varios metros y en los últimos instantes de su trayectoria dobla inesperadamente ingresando al lado del palo protegido por la barrera. *Se podría usar ese mismo gol para iniciar la discusión.*

A continuación se describe un gol "imaginario" logrado por un jugador zurdo:
Tiro libre directo a unos 30 metros del arco y ligeramente inclinado hacia la izquierda (ver figura 1), todos los comentaristas deportivos concuerdan en que es "para un diestro". Sin embargo el jugador zurdo toma la pelota y se prepara a disparar. La barrera que arma el arquero está formada por 6 jugadores muy altos, no hay forma de pasar ni por arriba ni por los costados. Al menos no si se pretende que la pelota vaya al arco.

El jugador toma carrera, le pega muy fuerte "tres dedos" con la parte externa del pie izquierdo y cierra los ojos un instante. La pelota parte describiendo una supuesta línea recta que supera a la barrera del lado derecho y parece tener destino a la segunda bandeja de la tribuna... Sin embargo un instante después de superar la muralla defensiva comienza a bajar y a describir una curva brusca que se dirige, inexorablemente, hacia el arco. La estirada tardía del arquero es infructuosa y la jugada finaliza en un gran gol.

Marcar la dificultad en realizar una trayectoria "razonable" que termine en el arco, preferentemente señalándola con líneas sobre el video

¿Cómo ocurre esa maravilla?

¿Qué leyes de la física logran que la pelota describa una trayectoria tan impredecible?

Al fin y al cabo, ¿no nos enseñan en la escuela que la primera Ley de Newton dice que todo cuerpo sobre el que no actúan fuerzas debe seguir un movimiento rectilíneo uniforme? Ciertamente la trayectoria dista mucho de ser rectilínea, luego de la gran pegada del jugador, ¿qué fuerzas misteriosas (¡o no tanto!) provocaron el cambio? Veamos cómo la física puede explicar el fenómeno.

Figura 10. Correspondería en el programa a un impreso de líneas sobre imagen real de video

Aquí es interesante marcar cuáles fueron las fuerzas que ejercieron sobre la pelota y descomponer la trayectoria en componentes horizontales y verticales. Hay una fuerza imposible de obviar, el peso. La atracción de la gravedad tiene un efecto muy importante sobre la trayectoria de los cuerpos. Ante su presencia, imposible de evitar, cualquier objeto arrojado como la pelota en el tiro libre describirá una trayectoria con forma de parábola tal que, una vez llegado a su altura máxima, comenzará a descender. “Sólo” hay que ajustar la pegada para que la trayectoria alcance la mayor altura en la posición de la barrera de defensores tal que, luego, tenga tiempo de bajar antes de llegar al arco. La figura 11 muestra la trayectoria parabólica de “perfil”, que puede ser ilustrada utilizando la conocida función $y = v_y\, t\text{-}1/2\; g\; t^2$, remarcando que v_y corresponde a la componente vertical de la velocidad inicial, necesaria para que comience a elevarse; mientras que el término negativo proporcional a la aceleración de la gravedad $g = 9{,}8\ m/s^2 \sim 10\ m/s^2$ hace que se desacelere y, cuando alcanza el punto máximo, comience a bajar. Pueden marcarse ejes imaginarios (y,t) en la figura y mostrar cómo la medida que pasa t (equivalente a que avance en el eje x) se mueve el balón sobre la parábola.

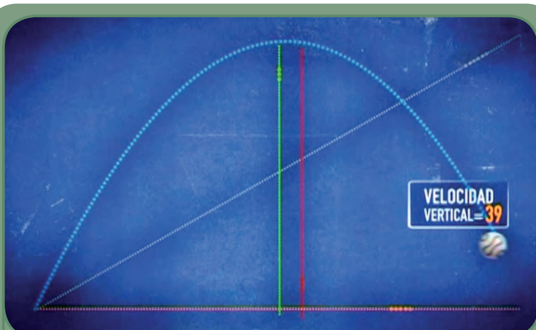


Figura 11. Trayectoria parabólica debida a la gravedad

Desde el punto de vista matemático, la curva parabólica tiene su origen en la combinación del término lineal en el tiempo ($v_y\, t$) que es positivo y el término cuadrático ($-1/2\; g\; t^2$) con una contribución negativa. Para tiempos pequeños, el término lineal es mayor que el cuadrático y esto resulta en un crecimiento de la función (elevación de la pelota), mientras que a medida que t crece el cuadrático lo hace más rápidamente que el lineal (y con signo negativo) resultando en la obtención de un máximo de la función para luego decrecer (caída del balón)

Este efecto, que puede ser entonces calculado fácilmente con elementos de física del colegio secundario, se ve afectado por otra fuerza también muy conocida, la de fricción. El aire se comporta como un fluido “viscoso”, aunque mucho más liviano que otros fluidos como el agua o el aceite, que provoca una resistencia al movimiento de la pelota. El “rozamiento” de la pelota con el aire tendrá como resultado más notable el de producir su frenado. Y, si además hay viento, habrá que tener en cuenta la desviación producida por éste. Por supuesto un jugador de fútbol no piensa en estos fenómenos físicos ni trata de resolver rápidamente las ecuaciones matemáticas que los expresan ante de patear. Y aunque tuviera una computadora que le dijera, precisamente, con qué velocidad y en qué ángulo debería golpear el balón, sería más bien increíble que pudiera reproducir esos valores con la precisión requerida. La habilidad necesaria para lograr el gol se adquiere a fuerza de practicar el tiro cientos de veces hasta “acostumbrar” el pie al golpe perfecto (probablemente tantas como le lleva a un estudiante aprender a resolver el problema involucrado). Claro que eso no implica que no podamos intentar explicar lo sucedido utilizando las herramientas de la ciencia.

Hasta aquí tenemos elementos suficientes para explicar la mitad de la trayectoria, la que implica la elevación y caída vertical de la pelota. Pero, cuando partió el tiro, ésta parecía dirigirse más cerca del banderín del córner que del arco.

¿Qué fuerza fue responsable de la brusca desviación hacia la izquierda?

Ésta es bastante más sutil que las otras y está, íntimamente, relacionada con la forma en que la pelota fue impactada. Pegarle con “tres dedos” o con la parte interna del pie no es una cuestión de elegancia o de “canchereada” sino el elemento fundamental para lograr la “comba” necesaria para esquivar la barrera y dirigir el tiro hacia el arco. La clave de la pegada está en provocar una rotación de la pelota alrededor del propio eje, en un sentido (antihorario si un jugador zurdo golpea con tres dedos) u otro (horario si el mismo futbolista lo hace con la parte interna de su pie izquierdo). Es la combinación de esta rotación con la característica viscosa del aire la que logra el desvío deseado.

Figura 12. Explicativa de la suma de velocidades.

Supongamos, para simplificar, que no hay viento en ninguna dirección, y que, por ejemplo, la pelota “sale” del botín volando en el aire a una velocidad de unos 100 Km/h. Para entenderlo mejor, pensemos que visto desde la pelota, como si estuviéramos volando encima de ella, veríamos que el arco se acerca a nosotros a esa misma velocidad. Más aún, “sentiríamos” el viento sobre nuestro rostro a 100 Km/h. Pero, en realidad, esta velocidad no es la misma sobre toda la superficie del balón. Si no se han generado turbulencias por el movimiento de la pelota, debido a la viscosidad del aire, éste se "adherirá" a la superficie, por lo que habrá que sumar el efecto debido a la velocidad de rotación de la pelota (esta combinación de velocidades de traslación y rotación es bien notable en una bicicleta, donde se puede observar, fácilmente, que los rayos de la rueda se mueven más rápido en la zona superior que en la inferior de la misma). Por lo tanto, de un lado, donde la rotación es en la misma "dirección" que el aire, la velocidad de éste resultará ser mayor a 100 Km/h mientras que del otro (donde los efectos se restan) será menor (ver figura 12).

Que el aire se adhiere siguiendo el movimiento de la pelota en la zona cercana a la superficie debido a su viscosidad resulta, a veces, difícil de creer, pero hay una demostración muy sencilla: los ventiladores generan un flujo de aire bastante energético, sin embargo si uno observa las hélices de un ventilador, luego de mucho tiempo de uso, notará que están llenas de polvo, el cual puede ser parcialmente removido simplemente soplando. La razón por la cual este polvo no se desprende de las paletas cuando el ventilador está en movimiento, con un flujo mucho más energético que el de un soplido, es que, en esa zona, la velocidad relativa del aire respecto de las paletas es casi nula. Sin ese efecto de "arrastre" el ventilador no sería capaz de mover el aire.

Este cambio en la velocidad del flujo de aire debido a la circulación del mismo por la rotación sólo será notable en la cercanía del balón y, en general, su patrón dependerá de la viscosidad del fluido y de que no se produzcan turbulencias que impidan la adherencia.
Esta sencilla diferencia de velocidades genera un fuerza conocida como fuerza de Magnus, en honor a quien formuló su primera descripción para comprender la desviación que sufrían las balas de cañón cuando eran disparadas, para lograr mayor estabilidad, con un movimiento de rotación propio. La razón de la aparición de esta fuerza puede comprenderse utilizando el famoso principio de conservación de la energía (por unidad de volumen), que en el caso de los fluidos es más conocido como el principio de Bernoulli, que simplemente indica que la suma de la energía cinética del aire, expresada como $\frac{1}{2}\rho v^2$ (donde ρ es la densidad del aire y su velocidad) y la presión para un flujo bajo ciertas condiciones debe ser una constante $\frac{1}{2}\rho v^2 + \rho =$ constante (hay un término proporcional a la altura en la ecuación general, pero como aquí la altura cambia muy poco se lo puede despreciar).

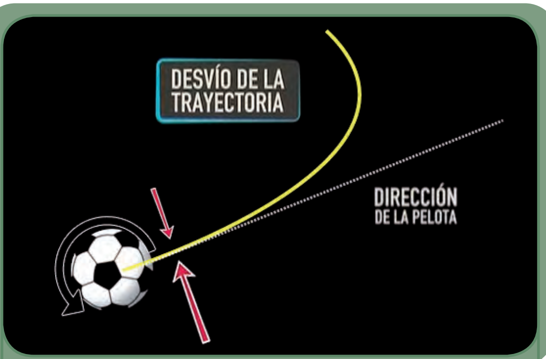


Figura 13. Diferencia de presiones que dan lugar a una fuerza neta de desvío

Esto significa que si en algún lugar del fluido aumenta la velocidad, entonces la presión debe disminuir y viceversa. La fuerza resultante es originada, entonces, por la diferencia de presiones a ambos lados de la pelota (la fig. 4 ejemplifica la situación). Cuanto mayor sea la velocidad angular de rotación, más notable será el efecto de este desequilibrio de presiones. Este fenómeno no es solo observable en el fútbol, sino que es idéntico al que ocurre, por ejemplo, en el tenis, conocido como *top spin* (spin por movimiento de rotación en inglés).

Otra forma alternativa (o más bien complementaria) para entender la fuerza Magnus, en línea con lo descripto en el capítulo sobre el comportamiento de la pelota en vuelo, consiste en examinar cómo es el flujo de aire que sale en la parte posterior del balón. La figura siguiente muestra el resultado más importante: debido a la diferencia de velocidades entre el flujo de un lado y otro de la pelota, las líneas de flujo se desprenden antes en la zona de menor velocidad, resultando que el aire entrante es desviado en la parte posterior. El par de acción-reacción de este efecto es el que modifica la trayectoria del balón en la dirección opuesta. De alguna forma, la pelota se comporta como un “ventilador” que al “tirar” aire en una dirección sufre una fuerza en el sentido opuesto.

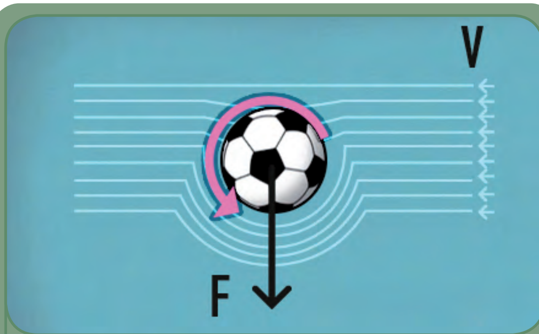


Figura 14. Cambio en el flujo de aire de un balón en rotación y fuerza resultante

El golpe de zurda “tres dedos” es justamente el que produce la rotación antihoraria necesaria para que la fuerza de Magnus produzca el desvío hacia la izquierda. Para conocer la dirección de esta fuerza puede utilizarse la siguiente regla (figura 6): envolvamos imaginariamente la pelota con la mano derecha, de tal forma que el pulgar apunte en la dirección del eje de rotación y el índice en la dirección de movimiento del balón (los otros dedos la “envuelven” siguiendo el sentido de rotación). La fuerza resultante es en la dirección perpendicular a la palma de la mano del lado externo hacia el interno.

Figura 15. Regla de la mano derecha para determinar la dirección de la fuerza Magnus

Existe un gran desarrollo tecnológico para lograr mayor (o menor) adherencia del aire al balón, lo cual en el caso del golf se logra realizando con una gran cantidad de pequeñas hendiduras sobre la superficie mientras que en el fútbol, por ejemplo, variando la distribución de los gajos que la componen y la composición del material con el cual se fabrica.

No es sencillo encontrar una expresión exacta para la magnitud de la fuerza de Magnus, pero conociendo que su efecto es proporcional a la superficie del balón, a la velocidad y a la densidad (todas magnitudes incluidas en la formula de Bernoulli, ya que la fuerza vendrá dada por la diferencia de presiones multiplicadas por la superficie), además de la velocidad angular y el radio de la pelota (cuyo producto determina la velocidad de rotación de su superficie) y puede ser efectivamente descripta por $F = \frac{1}{2} C_s \rho A r \omega v$, donde A corresponde a la superficie y C_s es un coeficiente empírico que depende de ciertas características específicas del balón.

Sabiendo que la densidad del aire en condiciones normales de presión y temperatura es de 1,2 Kg/m^3, que el radio del balón es de unos 11 cm (y su superficie de unos 0,04 m^2) si un balón viaja a unos 30m/s girando con una frecuencia (f) de unas 8 rps (la velocidad angular $\omega=2\pi\ f$) y tomando para el coeficiente C un valor del orden de 1, la magnitud de la fuerza es de aproximadamente unos 4 Newton (4 Kg m/s^2). Como la masa del balón es de unos 440 gramos, esto resulta en una aceleración (a=F/m) del orden de 9 m/s^2, esto es una aceleración horizontal similar a la de la gravedad, explicando que la desviación puede ser muy grande. Como la pelota se encuentra en vuelo, aproximadamente, un segundo para recorrer los 30 metros que separan al ejecutante del arco, la desviación puede ser estimada en $\Delta=1/2\ a\ t^2 = ½\ \ 9\ m/s^2\ \ 1\ s^2= 4,5$ metros, efecto más que suficiente para engañar al arquero.

Si Víctor Hugo Morales fuera físico, tal vez podría darse el (dis)gusto de relatar el gol en cámara lenta de la siguiente forma: *"El jugador golpea la pelota con la parte externa del pie izquierdo, lamentablemente ésta sale muy alta dirigiéndose en línea recta hacia unos 4 metros a la derecha del palo más lejano del arquero. El balón surca el aire a unos 100 Km/h y girando con unas 10 revoluciones por segundo. Sin embargo la fuerza de gravedad comienza a hacerla bajar y el rozamiento con el aire empieza a frenarla. Al pasar la barrera, la velocidad disminuye lo suficiente para que el flujo de aire alrededor del balón salga del estado de turbulencia y entre en un régimen de flujo estable logrando la adherencia. La fuerza de Magnus entra en acción y comienza a torcer su trayectoria, con un efecto cada vez más notable al continuar disminuyendo la velocidad por la fricción, ta-ta-ta-ta, gooool"*.

Un hecho interesante es que si bien el giro de la pelota genera el desvío como el recién descripto, por otro lado es responsable de anular el efecto de zigzagueo en vuelo como el observado, notoriamente, en los nuevos balones. Por un lado, al girar rápidamente la pelota las fuerzas que provocan el zigzagueo cambian constantemente de dirección y en promedio dan un resultado casi nulo. Pero sobre todo, la energía de rotación (o, directamente, su alto impulso angular) estabilizan notablemente la trayectoria, ya que son necesarias fuerzas más grandes para desviarla. Por ejemplo, la trayectoria de un cuerpo con giro propio (*spin*) es más estable ante fuerzas laterales debidas al viento.

Notar que esta fuerza debe ser perpendicular a la trayectoria y al eje de giro, si estos son paralelos tal fuerza no existe, por supuesto un jugador no puede darle ese efecto, pero tampoco lo querría ya que sólo ayudaría al arquero.

Esto es similar a lo que ocurre con un trompo: si se lo apoya quieto sobre el piso rápidamente cae hacia un lado, mientras que cuando se encuentra girando tiende a volver a su posición inicial, aún luego de aplicarle una fuerza. El hecho era conocido empíricamente por pueblos más antiguos, en particular al notar que al disparar un cañón la trayectoria de la bala era más estable cuando ésta giraba sobre su eje. Ésta fue la razón principal por la cual Magnus realizó sus estudios acerca de proyectiles con giro propio. Las armas modernas, incluyendo los revólveres, disparan proyectiles con una alta velocidad de giro alrededor del eje paralelo a la trayectoria, de tal manera que no sólo la estabilice sino que además no se genere una fuerza Magnus sobre el mismo.

4.4.4. Efecto de la altura: la densidad

Pero, **¿qué tiene que ver la altura, señalada por Pasarella como la responsable del cambio de comportamiento del balón en el partido frente a Ecuador?**

Como mostramos, la fuerza Magnus depende de la densidad del aire. Esto es muy razonable ya que esta densidad es una indicación del número de moléculas por unidad de volumen en la atmósfera y es, justamente, la interacción de éstas con el balón quien genera el efecto.
Y es bien conocido que la densidad del aire disminuye al aumentar la altura, junto con la disminución de la presión atmosférica. Este efecto es debido a la atracción gravitatoria, responsable además de la formación de la atmósfera, ya que sin su influencia los gases que la componen se escaparían hacia el espacio exterior. Si nos concentramos en las capas inferiores de la atmósfera, es posible despreciar la variación de la fuerza de gravedad con la distancia y considerarla como constante. Esta fuerza atraerá de la misma forma a todas las moléculas del aire hacia su superficie que será compensada por la diferencia de presiones de gas. Para un gas ideal, el equilibrio entre estos dos efectos se realiza concentrando una mayor cantidad de moléculas cerca de la superficie y resultando en una distribución (densidad) que decae, exponencialmente, con la altura.

La variación es similar a la que ocurre en el agua, aunque de una magnitud mucho menor ya que la densidad del aire es una mil veces menor a la del agua y, además, los gases son compresibles, mientras que los líquidos no. La tabla siguiente muestra cómo a medida que aumenta la altura, la densidad del aire baja considerablemente, alrededor de un 25% al llegar a Quito. Esto significa que para lograr la misma "comba" al patear será necesario darle una rotación mayor al balón. No es imposible lograr que la pelota doble, sólo que para el jugador que está acostumbrado a ejecutar sus movimientos de una determinada forma, debe cambiarlo en la altura y, en general, no tiene el tiempo de práctica necesario para acostumbrarse, sufriendo las consecuencias ya conocidas.

ALTURA (m)	% DENSIDAD	
0	100%	
600	94%	
1.200	89%	
1.800	84%	
2.400	78%	
2.850	**75%**	**(Quito)**
3.000	74%	
3.600	69%	

Tabla 1. Cambio en la densidad con la altura respecto al valor a nivel del mar

Evidentemente la altura SÍ afecta el movimiento de la pelota. Debido a la menor densidad de aire, además, el efecto de rozamiento es menos importante y la pelota suele "volar" más rápido que en el llano. Por eso se observa que, en la altura, aquellos jugadores experimentados, suelen ejecutar tiros al arco desde largas distancias con mayor asiduidad.

De todas formas, la pelota SÍ dobla, aunque menos. Podría decirse que, como sucede a los humanos, *la pelota se APUNA* en la altura.

4.5. Matemática y Fútbol

4.5.1. Este fixture está armado: categoría de rotación numérica

En la época en la que quien escribe esto era pequeño (y no tanto también), el fixture de los encuentros de fútbol de la AFA se realizaba por sorteo. El momento en que sacaban cada bolilla determinaba cuándo y contra quién jugaría cada equipo. Claro, en esa época todos los partidos se jugaban a la misma hora, salvo tal vez, uno de ellos que era televisado con anticipación. Desde el advenimiento de la televisación masiva de los encuentros, con condiciones de selección bastante estrictas, como que uno debía ser el "clásico de la fecha", otro en el "interior", otro (que alguna vez se jugaba los lunes) entre los equipos "chicos", el sorteo dejó de ser una opción. A mediados de las década del 90, la AFA debió recurrir a un matemático (Eduardo Dubuc) para que ayudara a organizar los encuentros cumpliendo con estas condiciones. Pero, desde entonces, la AFA utiliza el sistema que es usual en la mayoría de los campeonatos de Sudamérica y de Europa: se plantea una "plantilla" fija de encuentros, como la que se muestra en la figura siguiente para un fixture de 6 equipos:

FECHA 1	FECHA 2	FECHA 3	FECHA 4	FECHA 5
1 2	**1** 6	**1** 5	**1** 4	**1** 3
6 3	5 2	4 6	3 5	2 4
5 4	4 3	3 2	2 6	6 5

Tabla 2. Ejemplo de plantilla de fixture para 6 equipos

Y a comienzo del campeonato se asocia cada número con uno de los equipos participantes. Esto es bastante sencillo de diseñar, está asociado a una característica de rotación, donde, por ejemplo, el equipo B juega con aquél que jugó en la fecha anterior con el equipo A, dando lugar al clásico "jugamos con los que larga A".
Pero si bien es simple, la situación se complica enormemente cuando se empieza a pedir condiciones tan razonables como que dos equipos vecinos no jueguen el mismo día en sus estadios para que sus hinchas no se encuentren.

Nº DE EQUIPOS	Nº DE FIXTURES
2	1
4	6
6	720
8	31.449.600

Tabla 3. Número de fixtures distinto según el número de equipos participantes

Para comprender el origen de la dificultad, la primera pregunta que uno puede hacerse es cuántos fixtures posibles se pueden armar. La tabla siguiente muestra el número de fixtures distintos de acuerdo a cuántos sean los equipos participantes.

Ya para ocho equipos el número excede los 30 millones. Para 20 equipos ni siquiera se conoce la cifra (el máximo conocido es para 12). Está claro que no es un trabajo que se pueda hacer a mano. Y tampoco se puede programar a una computadora para que produzca todos los posibles y, luego, busque el que mejor cumpla con las condiciones, son tantos que esa tarea llevaría una cantidad de tiempo imposible de estimar.

Un desafío como el enunciado fue presentado por la Asociación Nacional de Fútbol Profesional de Chile al matemático argentino Guillermo Durán, quien aceptó diagramar la programación de los encuentros de la primera división chilena (20 equipos en dos zonas) cumpliendo con las condiciones impuestas. Para ello sería necesario utilizar modernas herramientas de programación matemática.

Algunas condiciones requeridas por el fixture son:

- Obviamente todos los equipos juegan contra todos.
- De las 19 fechas cada equipo juega 9 de local y 10 de visitante o viceversa.
- Ningún equipo puede jugar más de dos partidos consecutivos de local o visitante (las tres primeras por razones de equidad).
- Hay 4 pares de equipos "cruzados", tal que si uno juega de local el otro debe hacerlo de visitante (para evitar actos violentos).
- Los equipos de las zonas turísticas deben enfrentar al menos a uno de los tres equipos más importantes durante el verano (por razones económicas).
- Los clásicos se juegan entre las fechas 8 y 17 (para que haya una mayor concurrencia).
- Si uno de los tres equipos grandes juega en una región del país, los otros dos no pueden jugar en la opuesta (para evitar el traslado de los móviles de TV a grandes distancias).
- En algunas fechas, ciertos equipos no pueden jugar de local (por ejemplo, cuando su estadio está planeado para ser utilizado en un concierto).

¿Cómo se modela matemáticamente un problema como éste?

En primer lugar es imprescindible encontrar una forma de plantear la situación en términos matemáticos que permitan buscar una solución. Esto es el equivalente a "plantear la ecuación" de un problema tal como en la escuela. Para ello se introduce una variable que determine unívocamente a cada fixture : x_{ijk} , donde *i* corresponde al equipo local, *j* al visitante y *k* la fecha correspondiente. Esta variable, simplemente, toma valor 1 cuando el equipo *i*, efectivamente, juega de local contra el equipo *j* en la fecha *k*-ésima y 0 en el caso contrario. Por ejemplo si el equipo 3 juega de local contra el 9 en la fecha 15, entonces la variable $x_{3\text{-}9\text{-}15} = 1$, mientras que con k distinto de 15 cualquier otra $x_{3\text{-}9\text{-}k} = 0$, ya que los mismos equipos no vuelven a enfrentarse en ninguna otra fecha.
El fixture viene, entonces, fijado por los "1" de esta especie de matriz de tres índices x_{ijk}.
Introducida esta variable, es posible escribir las condiciones requeridas en términos matemáticos claros. Por ejemplo, que todos los equipos jueguen contra todos puede escribirse como

$$\sum_k [\, x_{ijk} + x_{ijk} \,] = 1 \qquad \forall i,j \qquad i \neq j$$

esto es, para cada par de equipos (*i,j*) existe un partido (y sólo uno) ya sea de local o de visitante, entre ellos en alguna de las 19 fechas posibles (suma sobre *k*).

Que cada equipo (*i*) juega 9 ó 10 partidos de local o visitante viene dado por el correspondiente límite a la suma de la variable x sobre todas las fechas posibles (*k*) y todos los equipos (*j*) diferentes.

$$10 \geq \sum_{j \neq i} \sum_k x_{ijk} \geq 9 \qquad \forall i$$

Así se pueden formar todas las ecuaciones que expresan las condiciones requeridas, incluyendo una función objetivo a ser maximizada, aquélla que define la “bondad” de un determinado fixture, llegando a tener que resolver una serie de fórmulas lineales de más de 7.000 variables y 3.000 restricciones. Como es de imaginarse, este problema es de difícil resolución aún utilizando software diseñado específicamente, superando la capacidad de ordenadores modernos. Para resolverlo, los especialistas, debieron fijar de antemano algunas variables, como asignar ciertos patrones de localía para algunos equipos, encontrando que el problema era, entonces, soluble en un par de horas de computadora. Así fue posible hallar el fixture más “lógico” del fútbol sudamericano. Este es un buen caso de “alta matemática” aplicada al deporte. No es el único, las ligas de béisbol de EE.UU., fútbol americano y la misma NBA utilizan técnicas similares para diagramar sus encuentros, intentando, entre otras cosas, minimizar las distancias recorridas por los equipos participantes.

4.5.2. Ganar al prode: probabilidades

Durante muchos años, uno de los juegos de azar más populares en la Argentina fue el prode. Probablemente, porque el fútbol es el deporte por excelencia en nuestro país, pero también porque, a diferencia de la lotería, no es considerado puramente de azar. Claramente hay partidos donde la probabilidad de que un equipo triunfe es considerablemente más alta que la del otro. Cuando San Lorenzo juega contra Boca, por ejemplo, el de Boedo suele imponerse con mayor frecuencia dando lugar a una antigua paternidad.
Pero supongamos, por un momento, que no existieran los favoritos, y todos los equipos tuvieran las mismas chances, aún independientemente del estadio en que jueguen.

¿Cuál sería, entonces, la probabilidad de ganar el prode acertando los 13 puntos?
Para simplificar el problema, olvidemos la chance de utilizar dobles o triples, permitiendo solo jugadas simples. Para cada uno de los trece partidos de la boleta del prode, tenemos que elegir entre local, empate o visitante. Y de todas las posibles elecciones (o distintas tarjetas) que podamos formar, sólo una será la correcta (tarjeta ganadora). Para calcular la posibilidad de ganar debemos, entonces, contar cuántas tarjetas distintas pueden ser confeccionadas. Si se tratara de un solo partido, sólo habría tres boletas distintas y, entonces, la probabilidad de ganar es de 1/3. Si agregamos un segundo partido, entonces, por cada elección que hagamos para el primero, habrá tres selecciones diferentes para el segundo. Por ejemplo, si decidimos en el primer partido poner la cruz en local, aún podemos elegir L, E o V para el segundo. Esto es hay 3*3=9 tarjetas diferentes, de tal forma que la probabilidad cae a 1/9. Si agregamos un tercer partido, de vuelta por cada elección que hagamos del primero y segundo hay tres posibles para el tercero, tal que el número de tarjetas distintas deviene 3*3*3=27, con probabilidad 1/27 de elegir la correcta. Evidentemente, cada partido agregado multiplica por 3 las opciones posibles, de tal forma que el número de tarjetas distintas es 3^n, donde n es el número de partidos a acertar. En el caso del prode es 3^{13}=1594323, siendo entonces la probabilidad de acertar al azar la correcta P=1/3^{13}, esto es de aproximadamente 0,000063%. Nada sencillo si le agregamos los dobles.

Pero, **¿cuál es la probabilidad de no acertar ninguno de los trece partidos, esto es de no obtener ningún punto en la tarjeta?**

Cuando mucha gente diría que es tan poco probable como acertar los 13, veamos que es bastante diferente. Si bien sigue habiendo un total de 3^{13} boletas posibles, notemos que no hay sólo una que falle en todas las predicciones sino muchas más. Por ejemplo, si hubiera un solo partido, habría dos boletas diferentes "perdedoras". Al agregar un partido extra, por cada una de las dos opciones incorrectas para el primero hay dos más para el segundo, resultando en 2*2=4 boletas perdedoras. Esto es, se duplica el número al agregar un nuevo encuentro, tal que para el prode hay 2^{13}= 8.192 boletas distintas completamente equivocadas. La probabilidad de no acertar ningún punto es, entonces, $2^{13} / 3^{13} \sim 0{,}00514$. Aproximadamente de cada 200 boletas armadas al azar hay una que erró en todos los encuentros. Claramente, convendría más apostar por la boleta "perdedora".

4.5.3. Gol de visitante vale doble: números complejos

La matemática involucrada en la definición de un partido de fútbol es claramente sencilla: quien obtiene más goles es el ganador y se lleva tres puntos. En caso de empate se reparte un punto por equipo y, por supuesto, el perdedor no colecta puntos. Si bien durante mucho tiempo se otorgaba dos puntos al ganador, esto fue modificado hace alrededor de una década. Durante un campeonato, en la Argentina, se decidió probar con una definición extra en caso de empate, apelando a los penales para otorgar un punto más al ganador de la serie.

En cuanto a la definición de los campeonatos, o de las llaves de eliminación en caso de ciertas competencias internacionales, suelen introducirse algunos algoritmos sencillos para definir el ganador del mismo en caso de igualdad de puntos.
En los campeonatos de primera división de la AFA, por ejemplo, se apela a un partido de desempate en cancha neutral (como en la definición del campeonato Apertura 2006-2007 entre Estudiantes y Boca).

Aún cuando los mecanismos de definición son muy sencillos, suelen generar complicaciones debidas a la mala información o a la pobre interpretación que suelen darle algunos periodistas deportivos. La más conocida de ellas es la regla de "gol de visitante vale doble".

En la copa Libertadores, por ejemplo, la situación es básicamente la siguiente: si dos equipos igualan en número de puntos se compara la diferencia de goles entre los convertidos y los recibidos. Si persiste la igualdad (y sólo en ese caso), se repite la cuenta pero procediendo a contar como dobles los goles de visitante. Si aún allí están igualados, se define por tiros del punto penal. Pongamos algunos ejemplos más o menos obvios: Si se enfrentan el equipo A y el B y los resultados son

A	B	LOCALÍA
3	1	A
0	1	B

Entonces cada equipo tiene tres puntos, pero la diferencia de gol del equipo A es 3-2=+1 mientras que la del equipo B es 2-3=-1, con lo cual el ganador de la llave es el equipo A. Este es el caso donde, directamente, se puede decir, como es común, que más que de dos partidos de 90 minutos se trata de un "único" partido de 180 minutos jugados por mitades en cada estadio. Así el partido global finaliza 3-2 a favor del equipo A. Notar que en este caso no se contabilizan los goles de visitante como dobles, ya que entonces quedarían empatados 3-3. Esta duplicación de los goles visitantes SÓLO se aplica cuando están empatados en diferencia de goles (o lo que es lo mismo en el marcador global). Por ejemplo, si los partidos hubieran resultado en

A	B	LOCALÍA
3	2	A
0	1	B

Entonces, significa que el global fue de 3-3, o que ambos equipos tienen diferencia de gol 0 (notar que cuando se define sólo entre dos equipos la diferencia de gol de uno es la del otro con el signo opuesto, así que sólo pueden empatar en 0). Entonces, si ahora contamos los goles de visitante como doble, el equipo A tiene diferencia 3-2*2-1=-2, mientras que el B posee la ventaja de sus goles de visitante ya que 2*2 +1 -3=2, resultando en el ganador de la llave. O lo que es lo mismo, el equipo B tiene más goles de visitante que A.

La igualdad que lleva a los penales sólo puede ocurrir cuando los resultados de local y visitante son "espejos", esto es, cuando ambos equipos convirtieron los mismos goles en condición de local y, además, ambos equipos convirtieron los mismos goles en condición de visitante, por ejemplo 3(A)-1(B) y 1(A)-3(B).

Por esta pequeña alteración en el mecanismo de definición es que cada vez que se juega la segunda vuelta de un partido eliminatorio, escuchamos confusas explicaciones sobre todas las posibles combinaciones de resultados que benefician a uno u otro equipo, en lugar del normal "si gana por n-goles de diferencia pasa de ronda". Esta complicación extra del gol visitante, hace que no sea más válida la idea de que se trata de un partido de 180 minutos. Sobre todo porque el gol de visitante NO siempre vale doble, sino sólo bajo ciertas condiciones se cuenta como tal.

Pero, en realidad, hay una forma matemática sencilla de contar los goles de visitante, de tal manera que se pueda volver a hablar de un partido de 180 minutos donde sólo importe el resultado global. Para ello, en lugar de decir que los goles de visitante valen doble A VECES, es mejor decir que valen un "poquito" más que uno SIEMPRE. Digamos, por ejemplo, que si un gol de local cuenta como 1, entonces el de visitante cuenta como, por ejemplo, 1,0001. Le sumamos una cantidad minúscula pero distinta de cero, luego veremos cuán minúscula debe ser. La idea detrás de esta modificación es que la parte entera represente en número de goles real, mientras que ***la decimal*** indica cuántos de ellos fueron convertidos en condición de visitante.

A	B	LOCALÍA
3	1	A
0	1	B

Veamos cómo se aplica a algún ejemplo en particular como, de nuevo, donde contamos los goles del resultado global como: equipo A 3+0=3, mientras equipo B 1,0001+1=1=2,0001, con lo cual el resultado "modificado por gol visitante" sería 3-2,0001, quedando el equipo A como ganador, como corresponde. En este caso, la minúscula cantidad agregada al gol visitante no influye en nada en la resolución.

Por el contrario, si el resultado fuera

A	B	LOCALÍA
3	2	A
0	1	B

Entonces, el equipo A tendría 3+0=0, mientras que el equipo B suma 2*1,0001+1=3,0002, con lo cual el equipo B sería el ganador, tal como corresponde, luego, de aplicar las reglas originales. A diferencia de aquél caso, donde hay que aplicar las reglas de comparación de manera sucesiva, aquí un solo algoritmo determina el ganador. En el caso de los partidos “espejados”, el asignar 1,0001 a cada gol visitante por supuesto deja el global en empate siendo necesaria la definición por penales, por ejemplo si los resultados fueran 3-1 y 1-3, el “número” de goles de A=3+1,0001=3,0001 y lo mismo para B.

Como se observa, el gol de visitante sólo tiene importancia cuando los equipos empatan en el número entero de “goles modificados”, que son los reales sin tener en cuenta en dónde se convirtieron, tal cual lo solicita el espíritu de la reglamentación. Esto pone una limitación en la cantidad que se le sume al gol visitante, la cual debe ser lo suficientemente pequeña como para que, al multiplicarla por cualquier número razonable de goles, siga dando un número menor a 1. Por ejemplo, si hubiéramos elegido asignar al gol visitante 1,5 y el equipo convierte 3 goles, 1,5*3=4,5>3, esto es, el número entero sería mayor que el número de goles reales y la regla dejaría de funcionar. Formalmente, uno dice que le asignaría valor de $1+\varepsilon$ al gol visitante, donde ε es una cantidad “infinitesimal” tan pequeña como queramos sin llegar a cero. Esto puede ser útil en clase para introducir el concepto de infinitesimales de manera más entretenida. Tiene claramente la ventaja que el resultado de la eliminatoria se decide, simplemente, por quien tiene más goles “modificados”, esto es, por simple comparación.

Otra forma de contar los goles podría ser utilizando números complejos, por ejemplo asignando 1 al gol de local y 1+I al de visitante. En ese caso uno debería primero comparar en el “marcador global” la componente real (goles convertidos) y si esta resultara igualada, entonces, pasar a la parte imaginaria (goles convertidos sólo de visitante).

En este caso la comparación es más compleja que en el de agregar un infinitesimal, ya que es necesario “comparar” números complejos separando en componentes reales e imaginarias.

Aquí podría ser utilizado en clase, por ejemplo, para mostrar el problema de determinar qué número es mayor y cuál menor en el caso de números complejos.

4.5.4. Gol gana (o a colgarse de los travesaños)

A veces, con el ánimo de hacer los espectáculos más atractivos, se recurre a iniciativas que pueden llegar a transformar el deporte en un poco más ridículo o, directamente, ponerlo en situaciones de violar la lógica misma del juego. Probablemente, porque quien lo propuso no pensó suficientemente en la influencia de las matemáticas. Un caso extremo ocurrió el 27 de enero de 1994 en Bridgetown, Barbados. Se estaba jugando la fase clasificatoria de la Copa del Caribe Shell 1994, y en el triangular correspondiente participaban la selección local, la de Puerto Rico y la de Granada. Para hacer la disputa más interesante, la organización del torneo decidió que en caso que un partido finalizara empatado se jugaría un alargue con gol de oro (o “gol gana”) y que, el gol, en el tiempo suplementario, sería contado como doble.

En el primer encuentro Puerto Rico venció a Barbados 1-0, mientras que en el segundo Granada “empató” 0-0 con Puerto Rico, pero venciéndolo por 1-0 en tiempo suplementario, con lo cual el resultado oficial registrado fue 2-0. De tal forma, al llegar al último partido entre Barbados y Granada, la tabla de posiciones marcaba.

EQUIPO	PUNTOS	GOLES A FAVOR	GOLES EN CONTRA
Puerto Rico	3	1	2
Granada	3	2	0
Barbados	-		1

La situación era tal que si Barbados ganaba por dos goles de diferencia o más, alcanzaría a sus competidores en puntos; pero, los superaría por diferencia de gol, clasificando a las finales del torneo. Cualquier otro resultado sería beneficioso para Granada, aún perdiendo por un gol, ya que tendría la misma diferencia de gol que Barbados pero más goles a favor, el definidor en caso de empate en esa categoría.

Al final del primer tiempo, Barbados ganaba 2-0, asegurándose el pasaje. Pero faltando 7 minutos para el final del partido, Granada descontó (2-1), arruinando la alegría de los locales. Para conservar el resultado y lograr la clasificación, los jugadores de Granada recurrieron a la celebre táctica de “colgarse del travesaño” para no recibir otro gol. Los locales se dieron cuenta que con esa defensa acérrima y, en tan poco tiempo, tenían pocas chances de marcar un gol. Concibieron, entonces, una táctica increíble: si recibían otro gol, poniendo el marcador 2-2, debido a la reglamentación debían ir al tiempo suplementario, donde no sólo contarían con 30 minutos más sino que, además, les haría falta marcar un gol. Éste, al valer doble dejaría el resultado “oficial” en 4-2. Entonces, faltando pocos minutos convirtieron un deliberado y burdo gol en contra, empatando el partido. Los jugadores de Granada se dieron cuenta de lo que estaban buscando sus contrarios y notaron que, para salir airosos sin pasar por el tiempo suplementario, necesitaban convertir un gol, **en cualquier arco.** Esto es, perdiendo 3-2 o ganando 3-2 les daba igual, sólo debían evitar el empate. Y así lo intentaron, los últimos minutos fueron jugados con Granada intentando hacer un gol a favor o en contra, y los de Barbados tratando de mantener la pelota y defendiendo los dos arcos. Increíblemente, lo lograron y el tiempo reglamentario finalizó 2-2. En el tiempo suplementario cuando los dos equipos volvieron a jugar “racionalmente”, Barbados convirtió el gol (a su favor esta vez), de doble valor, que lo depositó en la final del torneo.

Cuando se modifican las reglas llevando a la situación en que, a veces, es más conveniente perder que empatar, o empatar que ganar, claramente se viola el espíritu del juego, que lleva implícito el deseo de triunfo siempre.

Moraleja: la culpa no es de la matemática sino del que la usa.

4.5.5. La ciencia en un pase de fútbol

Es interesante notar cuántos conceptos de cinemática y dinámica están involucrados en jugadas sencillas de fútbol como el saque del arquero, el saque lateral, el pase entre dos jugadores, la recepción de la pelota y un simple cabezazo. Repasemos algunas de estas jugadas que forman parte del fundamento del fútbol.

4.5.6. Saque de arquero

Si bien hay equipos que intentan convertir goles tratando de llegar con la pelota dominada al arco contrario, es cada vez más notable que muchos apelan al "pelotazo", a tratar de poner la pelota cerca del área a la espera que algún delantero alto y fornido pueda hacer prevalecer su físico y consiga contactar el balón. Una jugada muy típica es la del arquero parado en el borde de su área intentando el tiro con el alcance más largo posible. Veamos cómo funciona esto desde el punto de vista de la ciencia. Como el arquero toma la pelota con la mano, puede ponerla en juego pateándola sin necesidad de que ésta se encuentre sobre el piso, lo que le da una clara ventaja con el resto de los jugadores al momento de intentar ejecutar su tiro. En particular, tiene una gran facilidad de elegir el ángulo con el cual el pie entra en contacto con el balón, permitiéndole imponer la velocidad inicial requerida a la pelota para llegar lo más lejos posible, tanto en el plano horizontal como vertical. Si obviamos, por un momento, la resistencia del aire al movimiento del balón, así como la posibilidad del viento, una vez que la pelota se encuentra en vuelo, la única fuerza actuante será la de la gravedad, lo cual da como resultado la trayectoria parabólica correspondiente al "tiro oblicuo" (Figura 16).

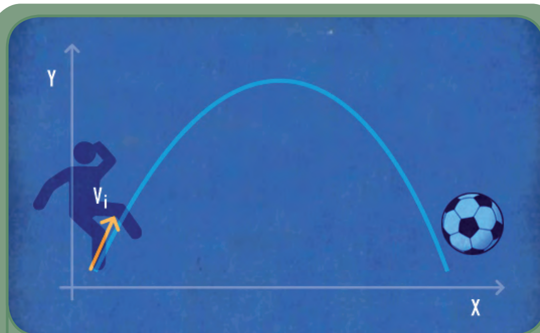


Figura 16. Tiro oblicuo en saque de arquero (parábola en condiciones ideales)

Si la pelota sale con una velocidad inicial v_{ix} en la dirección horizontal y una v_{iy} en la vertical, las funciones que determinan su movimiento en ambos planos viene dada por

$$x = v_{ix}\, t \qquad\qquad y = v_{iy}\, t - ½\, g\, t^2$$

El máximo alcance, como es conocido, se obtiene cuando el ángulo de tiro es de 45 grados. Sin embargo, sería un error despreciar completamente el rozamiento con el aire, que tiene un efecto bastante notable en tiros de larga distancia. Por ejemplo, un saque con la pelota disparada a 30 m/s tiene un alcance máximo ideal de alrededor de 90 metros (se calcula como Alcance=v^2/g), que por efecto del rozamiento resulta en poco más de 50 en condiciones realistas. Y como el mayor efecto de la interacción con el aire es la de disminuir la velocidad horizontal (más que la vertical), la forma de obtener un tiro de máximo alcance es ejecutando el balón con un ángulo menor a 45 grados, para otorgarle una velocidad horizontal un poco mayor que compense, parcialmente, el efecto del rozamiento.

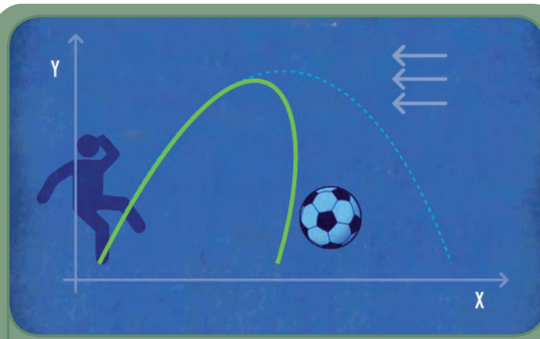


Figura 17. Movimiento retrógrado de la pelota debido al viento

El otro factor que suele intervenir, fuertemente, es el del viento. Si además de frenarse la pelota por rozamiento se encuentra con un viento en contra de velocidad apreciable, entonces la trayectoria distará mucho de la de una parábola, llegando incluso en el final de su trayectoria a tener un efecto de retroceso, cuando la velocidad constante del viento supera en magnitud a la decreciente velocidad horizontal de la pelota como el de la figura siguiente.

Y ante todas estas condiciones externas que el arquero tiene automáticamente en cuenta en un saque de arco, aplicando conocimientos prácticos de composición de movimientos, algunos quieren que además termine en gol. ¡Mejor, llegar tocando!

4.5.7. ¡Que no nos hagan un gol de lateral!

El saque lateral es otro ejemplo claro de tiro oblicuo. Existe una gran tradición en el fútbol uruguayo de deportistas que son capaces de lograr un gran alcance en este tiro, transformando una de las jugadas más anodinas del fútbol en una ocasión de gol. Por ejemplo, para llegar a colocar la pelota en el punto del penal desde un lateral es necesario lograr un alcance de, típicamente, unos 35 metros. Sin considerar el rozamiento, esto implicaría impulsar el balón con una velocidad de $v=(R*g)^{1/2}$, resultando en este caso en unos 19 m/s. Debido al rozamiento con el aire, esta velocidad deberá ser más bien cercana a los 21 m/s, esto es unos 75 km/h. Hace falta imprimirle con los brazos una velocidad similar a la que se logra con los pies. Ciertamente no es para cualquiera. Más aún, podemos estimar la aceleración necesaria para lograr tal velocidad: supongamos que en el recorrido de sus brazos el jugador imprime una fuerza constante sobre el balón. Como el arco recorrido por los brazos hasta soltar el balón es típicamente de unos R=70 cm y sabemos que, durante ese corto movimiento, la pelota pasa del reposo a la velocidad requerida de v=21 m/s, podemos aplicar las ecuaciones del movimiento rectilíneo uniforme (simplificando al caso rectilíneo aunque el arco no lo sea exactamente) $R= \frac{1}{2} a t^2$ y $v=a t$ de donde se despeja

$$a = \frac{1}{2} v^2 /R = \frac{1}{2} (21 \text{ m/s})^2 /0{,}7 \text{ m} = 315 \text{ m/s}^2$$

esto es una aceleración media cercana a los 32 g. Conviene recordar que la aceleración máxima que alcanzaban los cohetes de las misiones Apolo a la Luna eran de unos 7 u 8 g, mientras que en los transbordadores espaciales no supera los 3 g (los pilotos de aviones de guerra

F-16 utilizan trajes especiales para soportar la aceleración máxima de 9 g).
El récord de mayor alcance en un saque lateral que aparece en el libro Guinness corresponde a Michael Lochnor, un estudiante estadounidense que logró llegar a 48,2 metros el 4 dejunio de 1998 jugando para la Bexley High School (Ohio).

4.5.8. A mí no me pidan que cabecee

El cabezazo es otro buen ejemplo de composición de movimientos. En el corto tiempo en el que la cabeza del jugador entra en contacto con el balón, le imprime, en general, una pequeña desviación a la trayectoria, aprovechando el impulso con el que fue ejecutado el centro. Un ejemplo claro de cómo el desconocimiento de esta sencilla adición de velocidades al balón puede culminar en una "catástrofe" es la del jugador que sólo frente al arco cabecea el balón por sobre el travesaño. Esto sucede, generalmente, cuando se golpea al balón en el momento que estaba ascendiendo en su trayectoria: si no se le imprime una gran fuerza hacia abajo, la propia velocidad que traía la pelota la forzará a continuar su camino hacia arriba, con el consiguiente peligro de perder una gran oportunidad de gol, aún cuando el cabezazo sea de lleno con la frente en la dirección horizontal.

Si bien los jugadores profesionales tienen un entrenamiento físico asombroso y son capaces de soportar choques y golpes imposibles, uno podría preguntarse si hay peligro en cabecear una pelota que se mueve a gran velocidad. Es conocido que un golpe en la cabeza que implique aceleraciones del orden de 80 g puede provocar inconsciencia y que, a partir de los 200 g puede ser mortal. Hemos visto que estas aceleraciones son posibles de alcanzar en tiros con una gran potencia, pero como marcáramos anteriormente al cabecear una pelota, ésta no sólo no se frena completamente sino que solamente es desviada parcialmente, transmitiendo una cantidad de impulso no muy alta a la cabeza. La situación es diferente si un jugador, por ejemplo en la barrera frente un tiro libre, recibe de frente un pelotazo que lo puede voltear y desmayarlo al experimentar una gran aceleración en algunas pocas centésimas de segundo. Algo similar ocurre cuando dos jugadores se "cabecean" involuntariamente entre sí, pudiendo producirse lesiones severas.

4.5.9. Sólo hay que dársela a uno con la misma camiseta

Está claro que una de las claves del fútbol es pasarle la pelota a un compañero fuera del alcance de los contrarios. Si bien esto puede parecer sencillo en pases cortos o en zonas del campo donde hay menos jugadores, se complica cuando se trata de pases de larga distancia, donde además el jugador receptor suele encontrarse en movimiento tratando de aparecer en los "claros" de un campo cada vez más complicado por la gran movilidad del fútbol moderno. El pase en el fútbol es uno de los ejemplos más interesantes de problemas de "encuentro", donde tanto el balón como el receptor se encuentran en movimiento y el ejecutante debe ajustar su tiro, de tal forma de prever la trayectoria de ambos para que la pelota llegue "al pie" de su compañero ***(muchos más divertido, al menos, que el archiutilizado problema de un tren que viene de Mar del Plata y otro que sale de Buenos Aires...)***

Tomemos el caso más sencillo, el marcador lateral derecho (4) avanza en su propio campo cuando al enfrentar al delantero contrario observa que el volante por su sector (8) que se encuentra 20 metros delante de él y en la misma línea, pica al vacío a una velocidad de 10 m/s. El marcador patea, entonces, la pelota con una velocidad de 15 m/s para que su compañero pueda seguir adelantándose y así generar una jugada de peligro.

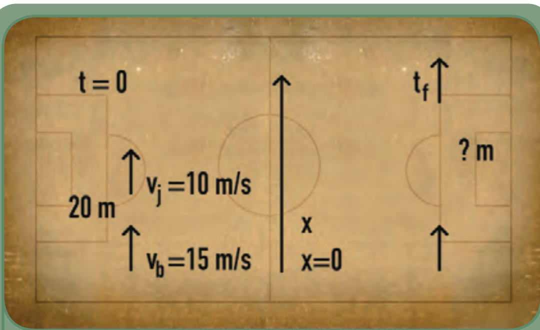


Figura 18. Diagrama de un pase

¿Dónde recibirá éste la pelota? ¿Cuánto tardará en recibirla?

La figura siguiente muestra un diagrama sencillo del problema:

La resolución "matemática" de este pase, involucra, en primer lugar, la elección de un sistema de coordenadas, que como en este caso sencillo podemos considerar como un movimiento rectilíneo, alcanzará con definir un eje (x) para describir las trayectorias, con origen en la posición inicial del ejecutante del pase. Por supuesto, para simplificar nos olvidaremos del rozamiento de la pelota con el aire y cualquier efecto que pueda frenarla, así como consideraremos que el jugador corre a una velocidad constante. Puede discutirse la validez de estas aproximaciones, pero en general los deportistas alcanzan la velocidad máxima bastante rápido y el frenado de la pelota podría considerarse de manera efectiva agregando una desaceleración constante al movimiento del balón. Las ecuaciones para la trayectoria de ambos "cuerpos" son las del movimiento rectilíneo uniforme $x=x_0 + v\,t$ (ya tomamos que en el origen t=0). En el caso particular del balón, y con la opción de origen de coordenadas como el fijado, será $x_b = 15\text{m/s}\ t$, donde ya especificamos la velocidad del balón, mientras que para el jugador en carrera $x_j = 20\text{ m} + 10\text{m/s}\ t$, donde ya especificamos que parte 20 metros adelantado y con una velocidad de 10 m/s.
El encuentro se producirá cuando las posiciones de ambos coincidan en sus trayectorias, esto es, cuando $x_b=x_j$. Simplemente igualando estas dos ecuaciones obtenemos, directamente, el tiempo de encuentro t=4 s, por lo cual la pelota recorrerá 60 metros hasta alcanzar al jugador que habrá adelantado su posición en 40 m.

Se trata, claramente, del ejemplo más sencillo posible para plantear. En la vida real, además de las condiciones que alteran la "uniformidad" del movimiento, las trayectorias son bastante más complicadas, siendo necesario un tratamiento 3-dimensional de las mismas, con "obstáculos" en el medio. Un ejemplo "atacable" con una buena aproximación es la de patear un tiro libre al área a la busca del cabezazo de un jugador que ingresa a la misma corriendo. Aquí, el ejecutante debe levantar la pelota para sortear la barrera colocada 9 metros delante pero, imprimiendo, la velocidad justa para que su compañero encuentre el balón bajando a la altura de su cabeza, que además debe llegar en el momento justo para sorprender a los contrarios. Dada la gran combinación de factores en este problema, podría se planteado de distintas formas, esto es, fijando ciertos "parámetros" como la velocidad del jugador y el lugar donde quiere encontrar la pelota, por ejemplo.

4.6. Bibliografía y sitios de interés

The Science of Soccer, John Wesson, Institute of Physics Publishing, Bristol, 2002.

How to score, the science and the beautiful game, Ken Bray, Granta Books, London, 2006.

El deportista científico, Martín De Ambrosio, Siglo XXI Editores, Buenos Aires, julio 2009.

La pelota Sí dobla, Daniel de Florian, Departamento de Física, FCEyN, UBA,
http://difusion.df.uba.ar/sabermas/HOMBRE/futbol.html

Física del tiro libre. Incluye animaciones interesantes sobre el flujo de aire en una pelota de fútbol.
http://www.fluent.com/about/news/pr/pr43.htm

Discusión acerca del balón del mundial 2006 Teamgeist (en inglés):
http://www.sciencemuseum.org.uk/antenna/worldcupball/

La física del fútbol
http://www.soccerballworld.com/Physics.htm

La física del fútbol 2
http://www.unc.edu/~ncrani/soccer1.htm

Hay una serie de videos sobre física y fútbol en youtube como
http://www.youtube.com/watch?v=CQK8JPBQzFA

Dado que la temática que se presenta se concentra en un campo de fútbol, puede apelarse, por ejemplo, a recordar que el lugar más lejano (e insólito) donde se llevó a cabo una “jugada” de fútbol fue en la Luna. En la misión del Apolo 17, dos astronautas patearon una piedra, haciéndose un pase y, aprovechando que la gravedad lunar es alrededor de 1/6 la terrestre, pesando entonces el “balón” unos 15 kilos en lugar de los 90 Kg. que tendría en la superficie de la tierra (existe un video de la NASA disponible).

http://www.solarviews.com/raw/apo/apo17e.mov