Apéndice A

Sistema Internacional de Unidades

A.1. Definición de magnitudes fundamentales y unidades en el sistema SI

El Sistema Internacional de unidades (SI) es el que se usa ampliamente en la actualidad. Su definición se puede consultar en el enlace http://physics.nist.gov/cuu/Units/units.html

A.1.1. Magnitudes fundamentales

Tabla A.1. Magnitudes fundamentales y unidades correspondientes.

Magnitud	*Unidad*	*Símbolo*
tiempo	*segundo*	*s*
longitud	*metro*	*m*
masa	*kilogramo*	*kg*
corriente eléctrica	*ampere*	*A*
temperatura	*kelvin*	*K*
cantidad de moléculas	*mole*	*mol*
luminosidad	*candela*	*cd*

Las magnitudes fundamentales están expresadas en la tabla A.1.

A continuación se muestran las presentes definiciones de las unidades del sistema SI:

- **segundo:** el segundo es el lapso de tiempo de 9.192.631.770 períodos de la radiación correspondiente a la transición de dos niveles hiperfinos del estado fundamental del átomo de cesio 133.
- **metro:** el metro es la longitud del camino recorrido por la luz en el vacío durante un intervalo de 1/(299.792.458) segundos.
- **kilogramo:** el kilogramo es igual a la masa del kilogramo patrón.
- **ampere:** el ampere es la corriente que si mantenida en dos conductores derechos y paralelos, de infinita longitud, sección despreciable, y puestos a 1m de distancia en el vacío, produciría una fuerza entre ellos igual a 2×10^{-7}newton por metro de longitud.
- **kelvin:** el kelvin es la fracción 1/(273,16) de la temperatura termodinámica del punto triple del agua.
- **mole:** un mole es la cantidad de sustancia que contiene tantas partículas como átomos hay en 0,012 kg de carbono 12.
- **candela:** la candela es la intensidad luminosa, en una dirección dada, de una fuente monocromática de radiación de frecuencia 540×10^{12} hertz y que tiene una intensidad de radiación en esa dirección de 1/683 watt por ángulo sólido.

A.1.2. Otras unidades usadas

Tabla A.2. Tabla de otras unidades para la energía.

Nombre	*Símbolo*	*Valor en J*
electrón-volt	*eV*	$1{,}602177 \times 10^{-19}$
kilowatt hora	*kWh*	$3{,}6 \times 10^{6}$
gigawatt hora	*GWh*	$3{,}6 \times 10^{12}$
kilotón de TNT	*(no tiene)*	$4{,}184 \times 10^{12}$
megatón de TNT	*(no tiene)*	$4{,}184 \times 10^{15}$

La unidad de energía es el joule con símbolo J y dado por $1J = 1\text{newton} \times m = kg\ m^2/s^2$ sin embargo en ocasiones se usan otras unidades para la energía, que mencionamos en la tabla A.2.

La unidad de potencia es el watt definido por $1W = 1\frac{J}{s} = kg\ m^2/s^3$; pero en ocasiones se usan otras unidades que mencionamos en la tabla A.3.

A.1.3. Constantes fundamentales

Algunas de las constantes fundamentales de la física están mencionadas en la tabla A.4.

Nombre	*Símbolo*	*Valor en W*
caballo de fuerza	*HP*	745,7
caballo vapor	*CV*	735

Tabla A.3. Tabla de otras unidades para la potencia.

Constante	*Símbolo*	*Valor*
velocidad máxima de las interacciones	c	$299.792.458\ m\ s^{-1}$
constante de la gravitación	G	$6{,}6742(10) \times 10^{-11}\ m^3\ kg^{-1}\ s^{-2}$
constante de Planck	h	$6{,}620693(11) \times 10^{-34}\ Js$
tiempo de Planck	t_P	$5{,}39121(40) \times 10^{-44}\ s$
distancia de Planck	l_P	$1{,}61624(12) \times 10^{-35}\ m$
masa de Planck	m_P	$2{,}17645(16) \times 10^{-8}\ kg$
constante de Boltzmann	k_B	$1.3806505(24) \times 10^{-23}\ J\ K^{-1}$
temperatura de Planck	T_P	$1{,}41679(11) \times 10^{32} K$
constante magnética $= 4\pi \times 10^{-7}\ N\ A^{-2}$	μ_0	$12{,}566370614... \times 10^{-7}\ N\ A^{-2}$
constante eléctrica $= \frac{1}{c^2\mu_0}$	ϵ_0	$8{,}854187817... \times 10^{-12}\ C^2\ N^{-1}\ m^{-2}$
carga elemental	e	$1{,}602176487 \times 10^{-19}\ C$

Tabla A.4. Tabla de constantes universales.

A.1.4. Prefijos usuales

Factor	*Nombre*	*Símbolo*
10^{24}	*yotta*	*Y*
10^{21}	*zetta*	*Z*
10^{18}	*exa*	*E*
10^{15}	*peta*	*P*
10^{12}	*tera*	*T*
10^{9}	*giga*	*G*
10^{6}	*mega*	*M*
10^{3}	*kilo*	*k*
10^{2}	*hecto*	*h*
10^{1}	*deka*	*da*
10^{-1}	*deci*	*d*
10^{-2}	*centi*	*c*
10^{-3}	*mili*	*m*
10^{-6}	*micro*	μ
10^{-9}	*nano*	*n*
10^{-12}	*pico*	*p*
10^{-15}	*femto*	*f*
10^{-18}	*atto*	*a*
10^{-21}	*zepto*	*z*
10^{-24}	*yocto*	*y*

Tabla A.5: Prefijos usados en el sistema SI, que se puede consultar en el enlace: http://physics.nist.gov/cuu/Units/prefixes.html

Apéndice

B

Sistemas de coordenadas cartesianas y polares

B.1. Sistema cartesiano y polar en dos dimensiones

En dos dimensiones podemos usar las coordenadas cartesianas (x, y) para determinar la posición de un punto p en el plano.

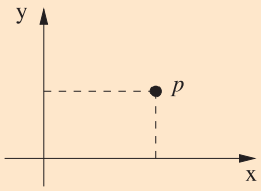

Figura B.1. Sistema cartesiano en dos dimensiones.

Por otro lado también se puede hacer uso del sistema de coordenadas polares (r, ϕ) para determinar la posición de un punto p en el plano, según muestra la figura B.2. La coordenada r es la distancia del origen del sistema de coordenadas al punto p; mientras que ϕ es el ángulo entre la línea que va del origen a p con el eje x.
Por consideraciones geométricas básicas, vemos que la relación entre las coordenadas cartesianas (x, y) del punto p con las coordenadas polares (r, ϕ) del mismo punto son

$$x = r\,cos(\phi), \qquad (B.1)$$

$$y = r\,sen(\phi), \qquad (B.2)$$

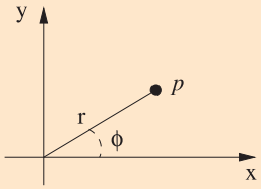

Figura B.2. Sistema cartesiano polar en dos dimensiones.

De donde también se deducen:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}, \qquad (B.3)$$

$$\phi = arctan\left(\frac{y}{x}\right). \qquad (B.4)$$

B.1.1. Sistema cartesiano y polar en tres dimensiones

En tres dimensiones es natural usar un sistema de coordenadas cartesianas; esto es un sistema basado en tres ejes ortogonales entre ellos.

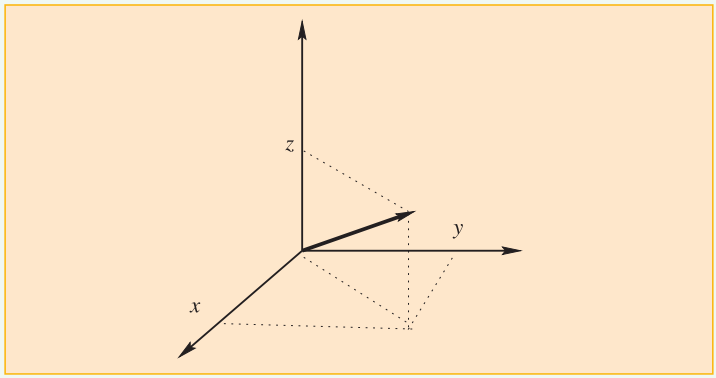

Figura B.3.
Las proyecciones sobre los tres ejes perpendiculares se toman como sistema de coordenadas.

En ocasiones puede ser más útil usar un sistema de coordenadas esféricas como se indica en la figura B.4
Las relaciones entre las coordenadas cartesianas (x, y, z) del punto p con las coordenadas polares (r, θ, φ) del mismo punto son

$$x = r\, sen(\theta)\, cos(\varphi), \qquad (B.5)$$

$$y = r\, sen(\theta)\, sen(\varphi), \qquad (B.6)$$

$$z = r\, cos(\theta). \qquad (B.7)$$

De donde también se deducen:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, \qquad (B.8)$$

$$\theta = arc\, cos\left(\frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}\right), \qquad (B.9)$$

$$\varphi = arctan\left(\frac{y}{x}\right). \qquad (B.10)$$

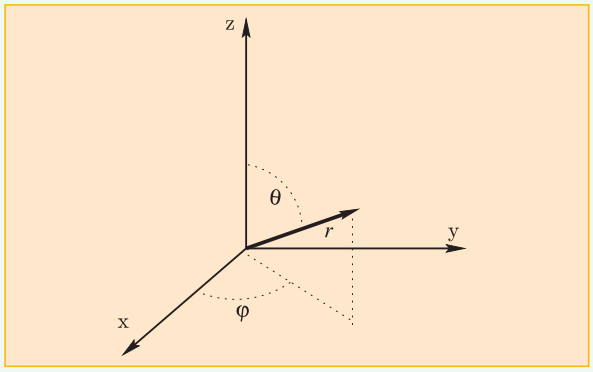

Figura B.4.
El módulo r del vector posición, el ángulo θ con el eje z y el ángulo φ de la proyección del vector posición sobre el plano xy que forma con el eje x, definen un sistema de coordenadas esféricas.

Apéndice

C

Tasas de variación medias e instantáneas

C.1. Tasas de variaciones medias

En consideraciones físicas es frecuente encontrarse con conceptos que involucran tasas de variación de dos magnitudes. Por ejemplo, la noción de velocidad media v_m de una partícula que se mueve a lo largo del eje x, entre los puntos x_1 y x_2, se define como la tasa de variación

$$v_m = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}; \qquad (C.1)$$

donde t_1 y t_2 son los tiempos en que la partícula pasa por las posiciones x_1 y x_2 respectivamente. En este caso estamos considerando a la posición x como función del tiempo t.
En general para una función $f(x)$ se define la tasa de variación entre el punto 1 y 2 como la relación

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}; \qquad (C.2)$$

donde se está usando que $x_2 = x_1 + \Delta x$. Gráficamente esto se puede observar en la figura C.1

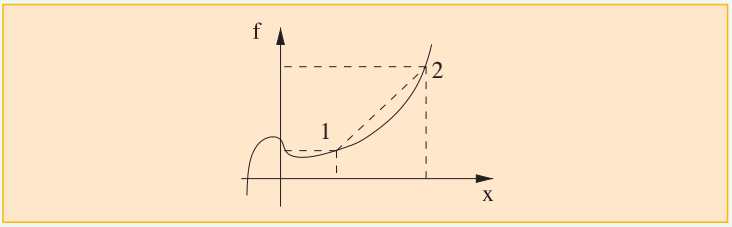

Figura C.1.
Tasa de variación de la función f en término de la variable x entre los puntos 1 y 2.

C.2. Tasas de variaciones instantáneas

Si fijamos x_1 y consideramos Δx cada vez más pequeño, se llega a la noción de tasa de variación instantáneas; que matemáticamente se la llama *derivada*.
Vemos entonces que la tasa de variación instantánea, o derivada, en el punto x_1, tiene el significado geométrico de la tangente del ángulo que forma la recta tangente a la curva $f(x)$ en el punto $f(x_1)$ con el eje horizontal x.
Cuando estemos en presencia de tasas de variación instantánea usaremos indistinta-

mente la notación Δf o df para el incremento de funciones y Δx o dx para el incremento de la variable independiente x.

C.2.1. Ejemplo de la función lineal

En particular si $f(x)$ fuese una recta; o sea, si fuese de la forma $f(x) = ax + b$, entonces la variación instantánea o derivada sería

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{(ax_2 + b) - (ax_1 + b)}{x_2 - x_1} = a; \qquad (C.3)$$

que es independiente de la posición; dado que la recta forma siempre el mismo ángulo con el eje x; esto es, para todo x.
Implícito en este ejemplo está la siguiente propiedad: "Si la derivada de la función f es la función $g(x)$; entonces la derivada de la función f más una constante c también es la función g; esto es: $\frac{d(f+c)}{dx} = \frac{d(f)}{dx} = g$".

Además se puede ver que si c es una constante, entonces la derivada de la función cf es c por la derivada de la función f, o sea $\frac{d(cf)}{dx} = c\,\frac{d(f)}{dx}$.

C.2.2. Ejemplo de la función potencia de *x*

Veamos un ejemplo importante; consideremos el caso en que la función f es una potencia de x; más precisamente consideremos $f(x) = x^n$. Luego la tasa de variación está dada por:

$$\begin{aligned}\frac{\Delta f}{\Delta x} &= \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{(x + \Delta x)^n - (x)^n}{\Delta x} \\ &= \frac{(x^n + nx^{n-1}\Delta x + \text{otros términos que involucran } (\Delta x)^q \text{ con } q \geq 2) - x^n}{\Delta x} \\ &= nx^{n-1} + \text{otros términos que involucran } (\Delta x)^q \text{ con } q \geq 1. \qquad (C.4)\end{aligned}$$

Vemos entonces que, en este caso, la tasa de variación instantánea, o derivada, que se consigue en el límite cuando consideramos Δx tendiendo a cero, está dada por:

$$\frac{df}{dx} = \frac{dx^n}{dx} = nx^{n-1}; \qquad (C.5)$$

donde estamos usando la notación matemática para la derivada. A dx se lo llama *diferencial de x* y a df se lo llama *diferencial de la función f*.

C.2.3. Ejemplo de las funciones seno y coseno de x

La función trigonométrica seno de x, sen(x), se puede representar como una serie de potencias de la siguiente manera

$$sen\,(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \ldots + (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!} \qquad (C.6)$$

donde estamos usando la notación de factorial; esto es,
$n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times (n-3) \ldots\ 3 \times 2 \times 1$ y k son enteros que comienzan desde cero.
Por otro lado, la función trigonométrica coseno de x, cos(x), se puede representar como la siguiente serie de potencias

$$cos\,(x) = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \ldots + (-1)^k \frac{x^{2k}}{(2k)!} \qquad (C.7)$$

donde k son enteros que comienzan desde cero.
Veamos que sucede cuando calculamos la variación instantánea (derivada) de la función sen(x). Para ello basta calcular la derivada de $(-1)^k \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!}$.

Notamos que

$$\frac{d\left((-1)^k \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!}\right)}{dx} = \frac{(-1)^k}{(2k+1)!}\frac{dx^{2k+1}}{dx} = \frac{(-1)^k}{(2k+1)!}(2k+1)\,x^{2k} = \frac{(-1)^k}{(2k)!}x^{2k} \qquad (C.8)$$

que coincide con la expresión de la serie de potencias que da el coseno de x. Por lo que concluimos que

$$\frac{d\,sen(x)}{dx} = cos\,(x). \qquad (C.9)$$

Por otro lado, si calculamos la derivada del coseno de x ; encontramos que:

$$\frac{d\left((-1)^k \frac{x^{2k}}{(2k)!}\right)}{dx} = \frac{(-1)^k}{(2k)!}\frac{dx^{2k}}{dx} = \frac{(-1)^k}{(2k)!}(2k)\,x^{2k-1} = -\frac{(-1)^{k-1}}{(2k-1)!}x^{2k-1}; \qquad (C.10)$$

donde es importante notar que k en esta expresión comienza desde el valor 1; dado que la derivada del primer término da cero. Esto indica la conveniencia de definir el índice j que sea igual a (k -1); dado que entonces la expresión anterior nos queda

$$-\frac{(-1)^{k-1}}{(2k-1)!}x^{2k-1} = -\frac{(-1)^j}{(2(j+1)-1)!}x^{2(j+1)-1} = -\frac{(-1)^j}{(2j+1)!}x^{2j+1}; \qquad (C.11)$$

con j enteros que comienzan desde cero. Esta coincide con 'menos' la expresión que da el seno de x ; por lo que concluimos que la derivada del coseno es menos el seno; o sea:

$$\frac{d\,cos(x)}{dx} = -sen\,(x). \qquad (C.12)$$

C.2.4. Reglas de Leibniz

Muchos otros ejemplos se puede deducir de las siguientes reglas, conocidas como reglas de Leibniz.
Si f y g son funciones que tienen derivada, entonces:

$$\frac{d(f+g)}{dx} = \frac{d(f)}{dx} + \frac{d(g)}{dx}, \qquad (C.13)$$

$$\frac{d(fg)}{dx} = \frac{d(f)}{dx}g + f\frac{d(g)}{dx}, \qquad (C.14)$$

$$\frac{d\left(\frac{f}{g}\right)}{dx} = \frac{d(f)}{dx}\frac{1}{g} - \frac{f}{g^2}\frac{d(g)}{dx}. \qquad (C.15)$$

C.2.5. El caso de la composición de funciones

Supongamos el caso en que tenemos una función $f(x)$, pero que a su vez x es función de la variable t; luego se tiene $f(x(t))$. La derivada de f respecto de t está dada por:

$$\frac{df}{dt} = \frac{df}{dx}\frac{dx}{dt}. \qquad (C.16)$$

C.3. Sobre la velocidad y la aceleración

La velocidad media entre los puntos x_1 y x_2 está dada por la expresión (C.1). Similarmente, la aceleración media para una partícula que se mueve a lo largo del eje x está dada por:

$$a_m = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}; \qquad (C.17)$$

donde t_1 y t_2 son los tiempos en que la partícula pasa por las posiciones x_1 y x_2 respectivamente.
En el límite en que se considera t_2 cada vez más cerca de t_1 se obtiene la tasa de variación instantánea, o derivada, por lo que en este caso se tiene:

$$a = \frac{dv}{dt}; \qquad (C.18)$$

pero como la velocidad instantánea es a su vez la derivada de la posición respecto del tiempo

$$v = \frac{dx}{dt}; \qquad (C.19)$$

se tiene

$$a = \frac{d\left(\frac{dx}{dt}\right)}{dt}; \qquad (C.20)$$

que se simboliza con

$$a = \frac{d^2x}{dt^2}, \qquad (C.21)$$

y se dice que la aceleración es la *derivada segunda* de la posición respecto del tiempo.

Apéndice

D

Solución de ejercicios

En lo posible se usará una precisión de cinco cifras significativas; de tal forma que, por ejemplo, el número exacto 1/6 se representará por sus primeras cinco cifras significativas 0,16667.
Usamos el valor nominal de la aceleración de la gravedad g dado por $g = 9{,}8\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Capítulo1

- **Solución 1.1**
  En este sistema la energía es constante y se puede calcular con los datos del ejercicio de la ecuación (1.10). Debido a que la energía es suma de energía cinética y energía potencial, se concluye que la energía cinética y por ende v^2 será máxima cuando la energía potencial sea mínima; por lo que la velocidad v máxima se calcula evaluando $x = l_0$ en la ecuación (1.11).

- **Solución 1.2**
  Podemos hacer uso de la ecuación (1.17) para el caso en que no hay movimiento en la dirección x por lo que se tiene:

$$E = \frac{1}{2}Mv^2 + Mgy = \frac{1}{2}MV_{y0}^2 + M\,g\,y_0. \qquad (D.1)$$

  Los datos del ejercicio indican que M = 0,250 kg, $Vy_0 = 0$ e $y_0 = 30$ m; dado que la velocidad inicial es cero.
  Cuando llega al suelo, se tiene $y = 0$ por lo que

$$E = \frac{1}{2}Mv^2 = M\,g\,y_0; \qquad (D.2)$$

  que es directamente la expresión para la energía cinética $\mathcal{E}$; por lo que se tiene:

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2}Mv^2 = Mgy_0 = 0{,}250\ kg\ 9{,}8\ \frac{m}{s^2}\ 30\ m = 73{,}5\ J. \qquad (D.3)$$

  Además, usando la misma ecuación, vemos que el módulo de la velocidad está dado por

$$v = \sqrt{2g\,y_0} = 24{,}249\ \frac{m}{s}. \qquad (D.4)$$

- **Solución 1.3**
  Los datos del ejercicio indican que $M = 0{,}008\ kg,\ Vx_0 = 305\ \frac{m}{s},\ Vy_0 = 0\ e\ y_0 = 0\ m$;
  donde estamos tomando la altura de referencia respecto de la posición de la pistola.
  Las ecuaciones que describen el movimiento; esto es, las ecuaciones (1.12), (1.13), (1.14) y (1.15) están expresadas como funciones del tiempo; por lo que debemos

calcular el tiempo t_{20} que emplea la bala en recorrer 20 m horizontalmente. Considerando la ecuación (1.12) con $x_0 = 0$ se obtiene:

$$t_{20} = \frac{x\,(t_{20})}{V_{x_0}} = \frac{20\ m}{305\,\frac{m}{s}} = 0{,}065574\ s. \qquad (D.5)$$

Luego, de la ecuación (1.13) se obtiene

$$y\,(t_{20}) = y_0 + t_{20}\,V_{y_0} - \frac{1}{2}g\,t_{20}^2 = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x(t_{20})}{V_{x_0}}\right)^2 = -0{,}021070\ \text{m}; \qquad (D.6)$$

que es la cantidad que desciende el proyectil cuando ha viajado 20 m horizontalmente.

En ese momento su energía cinética vale

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2}Mv(t_{20})^2 = \frac{1}{2}M(V_x(t_{20})^2 + V_y(t_{20})^2) = \frac{1}{2}M(V_{x_0}^2 + (g\,t_{20})^2)$$

$$= \frac{1}{2}0{,}008\ kg\left((305\frac{m}{s})^2 + (9.8\frac{m}{s^2}\frac{20m}{305\frac{m}{s}})^2\right) = 372{,}10\ J. \qquad (D.7)$$

Queda claro de esta expresión que la contribución a la energía cinética debido a la velocidad en la dirección x es constante; por lo que cualquier otra contribución debida al movimiento en la dirección y provocará que la energía cinética aumente respecto de su valor original.

- **Solución 1.4**

a) El equilibrio corresponde a la situación en que la fuerza ejercida por el resorte contrarreste la fuerza debida al peso del cuerpo. Para discutir esto tomemos inicialmente una coordenada vertical y' que tiene origen en el punto de sujeción del resorte en el techo y crece hacia abajo, de tal forma que la ecuación de movimiento de Newton se escribe:

$$Ma' = -k\,(y' - l_0) + Mg. \qquad (D.8)$$

Notar que con esta elección cuando $y' = l_0$, la fuerza ejercida por el resorte es cero; mientras que cuando $y' = 0$ el resorte ejerce una fuerza hacia abajo; en la misma dirección que el peso.

La situación de equilibrio es entonces

$$y'_0 = \frac{M}{k}g + l_0; \qquad (D.9)$$

que coincide con la longitud del resorte en la situación de equilibrio.

b) Definamos ahora la coordenada vertical y con origen en la posición de equilibrio y apuntando hacia arriba; por lo que se tiene:

$$y = \frac{M}{k}g + l_0 - y'. \qquad (D.10)$$

b1) La ecuación de movimiento, escrita respecto de este sistema de coordenadas, se puede deducir de (D.8), realizando las substituciones:
$a' \rightarrow -a'$ e $y' \rightarrow \frac{M}{k}g + l_0 - y$; de donde se obtiene

$$-Ma = -k\left(\frac{M}{k}g - y\right) + Mg = ky, \qquad (D.11)$$

o equivalentemente:

$$Ma = -ky. \qquad (D.12)$$

b2) Matemáticamente, esta ecuación coincide con (1.2) por lo que la forma funcional de su solución también coinciden. De aquí deducimos que la solución general para este movimiento es de la forma

$$y(t) = A\cos(\omega t + \phi); \qquad (D.13) \qquad \text{con} \qquad \omega = \sqrt{\frac{k}{M}}. \qquad (D.14)$$

b3) Las otras constantes deben ser ajustadas con los datos de las condiciones iniciales del movimiento. Los datos indican que la posición inicial y_0 está dada por y_0 = 0,05 m y que su velocidad inicial es cero. La velocidad está dada por:

$$v_y(t) = \frac{dy}{dt} = -\omega A sen(\omega t + \phi); \qquad (D.15)$$

por lo que evaluado en t = 0 se tiene

$$v_y(0) = \frac{dy}{dt} = -\omega A sen(\phi) = 0; \qquad (D.16)$$

lo que indica que ϕ = 0. Luego se debe tener

$$y(0) = A = y_0 = 0{,}05\ m; \qquad (D.17)$$

lo que fija el valor de A; o sea

$$y(t) = 0{,}05\ m\cos\left(\sqrt{\frac{k}{M}}t\right). \qquad (D.18)$$

b4) Se obtiene de la aplicación de la ecuación (1.10).

- **Solución 1.5**

La ecuación (1.31) nos indica que

$$E = \frac{1}{2}m\left(\frac{2j}{p}\right)^2(e^2 - 1) = \frac{1}{2}m\left(\frac{4j^2}{p^2}\right)(e^2 - 1). \qquad (D.19)$$

Por otro lado de la ecuación (1.24) se tiene

$$4j^2 = pGM; \qquad (D.20)$$

por lo que se obtiene

$$E = \frac{1}{2}m\left(\frac{GM}{p}\right)(e^2 - 1). \qquad (D.21)$$

Finalmente de la ecuación (1.32) se obtiene

$$E = -\frac{1}{2}m\left(\frac{GM}{a}\right); \qquad (D.22)$$

que también se puede expresar por

$$a = -\frac{GmM}{2E}. \qquad (D.23)$$

- **Solución 1.6**

a) Asumiendo el volumen V de un cuerpo esférico de radio r = 130/2 m y una densidad ρ que coincide con la del agua; esto es $\rho = 1.000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, la masa m del cuerpo se calcula, entonces así:

$$m = \rho V = 1.000 \frac{kg}{m^3} \frac{4\pi}{3} r^3 = 1.000 \frac{kg}{m^3} \frac{4\pi}{3} (65)^3 m^3 = 1{,}1503 \times 10^9 \, kg. \qquad (D.24)$$

c) La energía mecánica total del cuerpo está dada por (D.22); por lo que

$$E = -\frac{1}{2} 1{,}1503 \times 10^9 \, kg \left(\frac{6{,}6742 \times 10^{-11} \frac{m^3}{kg\, s^2} \, 1{,}99 \times 10^{30} \, kg}{1{,}72647 \times 1{,}495979 \times 10^{11} \, m} \right)$$

$$= -2{,}9577 \times 10^{17} \, J. \qquad (D.25)$$

b) La energía de un cuerpo bajo la influencia de un objeto gravitatorio central está dada por la expresión (1.31); esto es

$$E = \mathcal{E} + U = \frac{1}{2} mv^2 - G\frac{mM}{r}; \qquad (D.26)$$

que para el caso de un objeto que esté en (o cruce) la órbita terrestre, se debe usar r = 1u.a.; por lo que su energía cinética está dada por

$$\mathcal{E} = E - U = E + G\frac{mM}{r}. \qquad (D.27)$$

Aquí conviene notar que

$$G\frac{mM}{r} = -2E\frac{a}{r}; \qquad (D.28)$$

por lo que

$$\mathcal{E} = E + G\frac{mM}{s} = E\left(1 - \frac{2a}{r}\right) = -2{,}9577 \times 10^{17} \text{ J } (1 - 2 \times 1{,}72647)$$

$$= 7{,}2550 \times 10^{17} \text{ J}. \qquad (D.29)$$

Se debe remarcar que esta es la energía cinética medida respecto de un sistema de coordenadas planetario con centro en el Sol. Para calcular la energía cinética medida respecto de la Tierra se debe, por supuesto, incluir el movimiento de la misma. Esta energía cinética expresada en megatones de TNT es

$$\mathcal{E} = \frac{7{,}2550 \times 10^{17}}{4{,}184 \times 10^{15}} \, megatones \, TNT = 173{,}4 \, megatones \, TNT. \qquad (D.30)$$

Capítulo 2

- **Solución 2.1**

El trabajo hecho por la tensión T está dado por

$$\Delta W = T(y_2 - y_1) = mgh. \qquad (D.31)$$

- **Solución 2.2**

Sea m la masa del auto; del teorema del trabajo-energía se tiene que

$$W_{ab} = \mathcal{E}_b - \mathcal{E}_a = \frac{1}{2}\, m v_b^2 - \frac{1}{2}\, m v_a^2. \qquad (D.32)$$

El trabajo hecho por la fuerza de frenado es

$$W_{ab} = -50.000\ N\, 7m = -\,3{,}5 \times 10^5\ \mathrm{J}. \qquad (D.33)$$

Luego se tiene

$$v_b = \sqrt{\frac{2}{m} W_{ab} + v_a^2} = \sqrt{-\frac{2 \times 3{,}5 \times 10^5}{1.000} + \left(\frac{120 \times 1.000}{60 \times 60}\right)^2}\ \frac{m}{s}$$

$$= 20{,}276\,\frac{m}{s} = 72{,}993\,\frac{km}{h}. \qquad (D.34)$$

Capítulo 3

- **Solución 3.1**

De la ecuación (3.13) se tiene que

$$v_c = \sqrt{< v^2 >} = \sqrt{\frac{3}{mN} PV} = \sqrt{\frac{3}{0{,}032\ kg}\, 101.325\, \frac{N}{m^2}\, m^3} = 3082{,}1\,\frac{m}{s}. \qquad (D.35)$$

Este resultado parece involucrar velocidades relativamente altas. Uno se puede preguntar: ¿corresponde esta cuenta a lo que sucede en la atmósfera a temperatura ambiente? En realidad se puede ver que a temperatura ambiente, en un metro cúbico de aire, a una atmósfera de presión, se deben encontrar aproximadamente 40 moles; por lo que el valor de la velocidad cuadrática media típica resultaría menor.

Capítulo 4

- **Solución 4.1**

De la ecuación (4.7) se tiene que

$$N = \frac{PV}{k_B T} = \frac{101.325\ \frac{N}{m^2}\, m^3}{1{,}3806504 \times 10^{-23}\ \frac{J}{K}\ 293{,}03\ K} = 2{,}5045 \times 10^{25}; \qquad (D.36)$$

que corresponde a un número n de moles dado por

$$n = \frac{N}{N_A} = 41{,}588\ moles. \qquad (D.37)$$

La velocidad cuadrática media para este caso se puede obtener del resultado del ejercicio 3.1 dividiendo por la raíz cuadrada de n, de donde se tiene

$$v_c = \frac{1}{\sqrt{n}}\, 3082{,}1\,\frac{m}{s} = 477{,}93\,\frac{m}{s}. \qquad (D.38)$$

Capítulo 5

- **Solución 5.1**

La superficie del Sol es entonces $A = 4\pi r^2$. Por lo que el Sol emite por segundo la cantidad de energía E_1 dada por $E_1 = A \times \mathcal{P}_N(T) \times 1\mathrm{s}$.

Consideremos la esfera centrada en el Sol de radio 1ua; la cantidad de energía en forma de radiación que fluye por esta esfera hacia afuera por segundo debe ser también E_1, pero la energía radiante $\mathcal{I}$ que incide sobre la superficie exterior terrestre será mucho menor debido a la relación entre las superficies; más específicamente se tiene

$$\mathcal{I} = \frac{r^2}{ua^2}\,\mathcal{P}_{\mathcal{N}}(T) = \left(\frac{r}{ua}\right)^2 \sigma T^4 = 1.365\,\frac{W}{m^2} \qquad (D.29)$$

Se denomina constante solar a la cantidad de energía electromagnética proveniente del Sol que se mide por unidad de área y unidad de tiempo en las capas exteriores de la atmósfera terrestre; cuyo valor observado es 1366,1 W/m^2.

El espectro y la energía electromagnética que recibe la Tierra en su superficie son alteradas por una serie de efectos como por ejemplo: variación de la distancia Tierra-Sol durante el año, absorción atmosférica, dispersión atmosférica, latitud y fecha de la observación, clima, etc.

Capítulo 6

- **Solución 6.1**

Para probar esto asumamos que existe un motor irreversible que produce más trabajo que el motor reversible. A continuación combinemos los dos ciclos, de tal forma de tener una situación como muestra la figura 6.20. El sistema combinado cancela el intercambio de calor con el reservorio a temperatura T_2. Luego, debido a que se asume que $W' > W$, se deduce que $Q'_1 < Q_1$; por lo que el sistema combinado absorbe calor del reservorio a temperatura T_1 y produce un trabajo positivo, lo que contradice el enunciado de Kelvin-Planck. Concluimos que un motor irreversible no puede tener mayor eficiencia que un motor reversible operando entre los mismos reservorios.

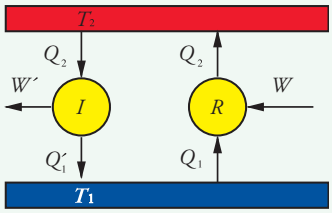

Figura 6.20.
Combinación de un ciclo irreversible de mayor eficiencia que un ciclo reversible.

- **Solución 6.2**

La prueba de **R 6.3** sigue la misma lógica que la prueba de **R 6.2.** Si asumimos que existe un motor reversible con mayor eficiencia que el motor de Carnot inmediatamente se concluye que se viola el enunciado de Kelvin-Planck.

Capítulo 7

- **Solución 7.1**

La velocidad más probable se calcula de la ecuación (7.9) donde para la masa m de la molécula usamos

$$m = \frac{0{,}032\ kg}{N_A}; \qquad (D.39)$$

por lo que

$$v_p = \sqrt{\frac{2k_B T}{m}} = \sqrt{\frac{2N_A k_B T}{0{,}032\ kg}} = \sqrt{\frac{2RT}{0{,}032\ kg}} = \sqrt{\frac{2 \times 8{,}314472 \frac{J}{mol\,K} 293{,}03\ K}{0{,}032\ kg}}$$

$$= 390{,}22 \frac{m}{s}. \qquad (D.40)$$

- **Solución 7.2**

La longitud de onda λ_m con que irradia una superficie a una temperatura de 20 °C, o sea $T = 293{,}03$ K está dada por

$$\lambda_m = 0{,}0028976\ m \frac{1}{293{,}03} = 9{,}8884 \times 10^{-6}\ m. \qquad (D.41)$$

Esto corresponde a longitudes de onda más de diez veces la longitud de onda correspondiente al rojo; por lo que está en el infrarrojo.

- **Solución 7.3**

Por un lado se tiene que la presión para el gas de fotones se la puede expresar por

$$P = \frac{1}{3}\frac{U}{V}. \qquad (D.42)$$

Además se tiene que

$$\mathcal{E}_r = \frac{U}{V} = aT^4; \qquad (D.43)$$

por lo que en definitiva, la presión está dada por

$$P = \frac{a}{3}T^4; \qquad (D.44)$$

pero como tenemos la expresión de la constante σ de Stefan-Boltzmann dada por $a = \frac{4\sigma}{c}$ se tiene

$$P = \frac{4\sigma}{3c}T^4 = \frac{4 \times 5{,}6704 \times 10^{-8} \frac{W}{m^2K^4}}{3 \times 299792458 \frac{m}{s}} (293{,}03)^4 K^4 = 1{,}8594 \times 10^{-6}\ Pa. \qquad (D.45)$$

- **Solución 7.4**

Debido a que el dato está expresado en término de la temperatura podemos emplear una de las ecuaciones usadas en la solución del ejercicio anterior, de donde se obtiene

$$U = aVT^4 = \frac{4\sigma}{c}VT^4 = \frac{4 \times 5{,}6704 \times 10^{-8} \frac{W}{m^2K^4}}{299792458 \frac{m}{s}} (3 \times 4 \times 3)\ m^3\ (293{,}03)^4 K^4$$

$$= 2{,}0082 \times 10^{-4} J. \qquad (D.46)$$

Capítulo 8

- **Solución 8.1**

De acuerdo con la ecuación (8.52) la masa en primera aproximación, está dada por

$$m = 2m_1 + \frac{1}{2c^2}k\Delta x^2; \qquad (D.47)$$

donde m_1 = 1kg, y el segundo término vale

$$\frac{1}{2c^2}k\Delta x^2 = \frac{1}{2(299792458)^2\,\frac{m^2}{s^2}}\frac{N}{m}(0{,}2)^2\,m^2 = 2{,}2253\times 10^{-19}\,kg. \qquad (D.48)$$

Por lo tanto la balanza debe tener una precisión de 20 cifras significativas; para que pueda medir variaciones sobre 2 kg de 10^{-19} kg.

- **Solución 8.2**

Tenemos la relación entre masa y energía dada por

$$E = mc^2; \qquad (D.49)$$

donde m = 1kg. La energía disponible es la correspondiente a un gas de fotones termalizado; cuya energía interna está dada por

$$U = aVT^4 = \frac{4\sigma}{c}VT^4. \qquad (D.50)$$

Por lo que la temperatura está dada por

$$mc^2 = \frac{4\sigma}{c}VT^4; \qquad (D.51)$$

o equivalentemente

$$T = \sqrt[4]{\frac{c^3}{4\sigma}\frac{m}{V}} = \sqrt[4]{\frac{(299792458)^3\,\frac{m^3}{s^3}}{4\times 5{,}6704\times 10^{-8}\,\frac{W}{m^2K^4}}\;\frac{1\,kg}{10^9\,m^3}} = 587.080\,K. \qquad (D.52)$$

Capítulo 9

- **Solución 9.1**

La serie de Balmer está dada por

$$\frac{1}{\lambda_{2,n}} = R_H\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right). \qquad (D.53)$$

Mientras que el espectro de energías del átomo de hidrógeno es

$$E = -\frac{e^4m}{8\epsilon_0^2h^2n^2}. \qquad (D.54)$$

Luego, una transición de un nivel $n > 2$ al nivel 2 provocará una emisión de un fotón con energía

$$\frac{hc}{\lambda_{2,n}} = -\frac{e^4m}{8\epsilon_0^2h^2n^2} - \left(-\frac{e^4m}{8\epsilon_0^2h^2 2^2}\right) = \frac{e^4m}{8\epsilon_0^2h^2}\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right); \qquad (D.55)$$

de donde se deduce que

$$R_H = \frac{e^4m}{8\epsilon_0^2h^3c} = 10.973.731\frac{1}{m}. \qquad (D.56)$$

- **Solución 9.2**

La energía de un fotón expresada en término de su longitud de onda es

$$E = \frac{hc}{\lambda}; \qquad (D.57)$$

que debe ser igual a $-E_0 = 2{,}17 \times 10^{-18}$ J; por lo que se debe tener

$$\lambda = \frac{hc}{-E_0} = \frac{6{,}6260693 \times 10^{-34} \times 299792458}{2{,}17 \times 10^{-18}}\ m = 9{,}15 \times 10^{-8}\ m. \qquad (D.58)$$

Esta corresponde a una longitud de onda menor que las del espectro visible; por lo que está en el ultravioleta.

- **Solución 9.3**

La resistencia está dada por la ecuación

$$R = \frac{L}{\sigma s} = \frac{5m}{5{,}8 \times 10^{7}\frac{1}{\Omega m}10^{-6}m^2} = 8{,}6 \times 10^{-2}\,\Omega. \qquad (D.59)$$

- **Solución 9.4**

Comenzamos por aplicar la ley de Ohm para calcular la corriente I, obteniéndose

$$I = \frac{V}{R}; \qquad (D.60)$$

donde el voltaje V es dato del problema; esto es $V = 0{,}05$V. Mientras que la resistencia R debe ser calculada; similarmente a lo realizado en el ejercicio anterior. En este caso se tiene

$$\mathrm{R} = \frac{\mathrm{L}}{\sigma \mathrm{s}} = \frac{2{,}5\ m}{5{,}8 \times\ 10^{7}\frac{1}{\Omega m}\,10^{-6}\,m^2} = 4{,}3 \times 10^{-2}\,\Omega. \qquad (D.61)$$

Luego, la corriente I tiene el valor

$$I = \frac{0{,}05V}{4{,}3 \times 10^{-2}\Omega} = 1{,}16A = 1{,}16\,\frac{C}{s}. \qquad (D.62)$$

Como la carga de un electrón es $e = 1,\ 602176487\times10^{-19}$ C, se tiene que el número de electrones n que pasa por segundo una sección del cable es

$$n = \frac{I}{e} = \frac{1{,}16\,\frac{C}{s}}{1{,}602176487 \times 10^{-19}\ C} = 7{,}26 \times 10^{18}\,\frac{1}{\mathrm{s}}. \qquad (D.63)$$

Capítulo 10

- **Solución 10.1**

La recomendacion para la solucion del ejercicio es no calcular el tiempo total, sino sólo la diferencia respecto del tiempo de referencia. Esto es, si llamamos t_F al medido por el reloj atómico de FaMAF y t_A y t_J los tiempos medidos por Alberto y Jaimito respectivamente, se pueden expresar por

$$\boldsymbol{t_A = t_F + \delta t_A \ \text{ y } \ t_J = t_F + \delta t_J}\,.$$

- **Solución 10.2**

La ecuación a probar es

$$\frac{\Delta t_2}{\Delta t_1} = 1 + \frac{\Delta\phi}{c^2}; \qquad (D.64)$$

donde $\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1 = g\,h$. Se debe usar la ecuación (10.18), que podemos reexpresar por

$$\frac{\Delta\tau_2}{\Delta\tau_1} = \sqrt{\frac{1 - \frac{2Gm}{c^2 r_2}}{1 - \frac{2Gm}{c^2 r_1}}}. \qquad (D.65)$$

Primeramente hacemos uso de la aproximación

$$\frac{1 - \frac{2Gm}{c^2 r_2}}{1 - \frac{2Gm}{c^2 r_1}} \approx \left(1 - \frac{2Gm}{c^2 r_2}\right)\left(1 + \frac{2Gm}{c^2 r_1}\right) = \left(1 + \frac{2Gm}{c^2 r_1} - \frac{2Gm}{c^2 r_2}\right) + O(\frac{1}{r^2}); \qquad (D.66)$$

donde el símbolo en el último término indica factores $\frac{1}{r^n}$ con n mayor o igual que 2; por lo que se despreciarán dichos términos, dado que estamos asumiendo que $\frac{2Gm}{c^2 r}$ es mucho menor que 1, para cualquiera de los r.

En la segunda aproximación usamos que

$$\sqrt{\left(1 + \frac{2Gm}{c^2 r_1} - \frac{2Gm}{c^2 r_2}\right)} \approx 1 + \frac{2Gm}{c^2 r_1} - \frac{2Gm}{c^2 r_2}. \qquad (D.67)$$

Finalmente expresemos $r_2 = r_1 + h$, de donde se obtiene

$$\frac{\Delta\tau_2}{\Delta\tau_1} \approx 1 + \frac{Gm}{c^2 r_1} - \frac{Gm}{c^2 (r_1 + h)} = 1 + \frac{Gm}{c^2 r_1}\left(1 - \frac{1}{(1+\frac{h}{r_1})}\right)$$

$$= 1 + \frac{Gm}{c^2 r_1}\left(\frac{\frac{h}{r_1}}{(1+\frac{h}{r_1})}\right). \qquad (D.68)$$

Aquí usamos nuevamente la aproximación

$$\frac{\frac{h}{r_1}}{(1+\frac{h}{r_1})} \approx \frac{h}{r_1}(1 - \frac{h}{r_1}) \approx \frac{h}{r_1}; \qquad (D.69)$$

de donde se obtiene

$$\frac{\Delta\tau_2}{\Delta\tau_1} \approx 1 + \frac{Gm}{c^2 r_1}\frac{h}{r_1} = 1 + \frac{gh}{c^2} = 1 + \frac{\Delta\phi}{c^2}; \qquad (D.70)$$

que era lo que se quería probar.

- **Solución 10.3**

Los radios de Schwarzschild para cada uno de los objetos son:

a) $$R_{Sch} = \frac{2GM}{c^2} = \frac{2 \times 6{,}6742 \times 10^{-11}\ \mathrm{m^3\,kg^{-1}\,s^{-2}} \times 10^8\ \mathrm{kg}}{(299792458)^2\ \mathrm{m^2\,s^{-2}}}$$

$$= 1{,}4852 \times 10^{-19}\ \mathrm{m}. \qquad (D.71)$$

b) Tomaremos como masa de la Tierra $M = 6{,}0 \times 10^{24}$ kg; por lo que su radio de Schwarzschild es $R_{Sch} = 0{,}0089\ m$; (D.72)
o sea, unos 9 milímetros.

c) Tomaremos como masa del Sol $M = 1{,}99 \times 10^{30}$ kg; por lo que su radio de Schwarzschild es $R_{Sch} = 2956\ m$; (D.73)
o sea, unos 3 kilómetros.

d) En este caso el valor del radio de Schwarzschild es

$$R_{Sch} = 7{,}68 \times 10^9 \text{ m} = 0{,}0514\ u.a.; \qquad (D.74)$$

o sea, un 5% de la unidad astronómica; que es la distancia media Tierra-Sol. El planeta más cercano al Sol es Mercurio cuyo radio medio de su órbita es aproximadamente 7 veces más grande que este valor obtenido.

El último caso corresponde a la masa del agujero negro en el centro de nuestra galaxia; vemos que su tamaño es muy pequeño comparado con las dimensiones del sistema solar y por lo tanto despreciable respecto de las dimensiones de la propia galaxia.

- **Solución 10.4**

La aceleración de la gravedad g_n en la superficie de una estrella de neutrones con masa M = 1,6 masas solares y un radio R = 10km, está dada por

$$g_n = \frac{GM}{R^2} = \frac{6{,}6742 \times 10^{-11}\, m^3 kg^{-1} s^{-2} \times 1{,}6 \times 1{,}99 \times 10^{30}\, kg}{(10^4)^2\, m^2}$$

$$= 2{,}1251 \times 10^{12}\, \frac{m}{s^2}. \qquad (D.75)$$

La velocidad de escape, en unidades respecto de la velocidad de la luz, está dada por la ecuación (10.23); que en este caso es

$$\frac{v_e}{c} = \sqrt{\frac{2GM}{c^2 R}} = \sqrt{\frac{2 \times 6{,}6742 \times 10^{-11}\, m^3 kg^{-1} s^{-2} \times 1{,}6 \times 1{,}99 \times 10^{30}\, kg}{(299792458)^2\, m^2 s^{-2} \times (10^4)\, m}}$$

$$= 0{,}68767; \qquad (D.76)$$

o equivalentemente $v_e = 2{,}0616 \times 10^8\, \frac{m}{s}$.

- **Solución 10.5**

a) Para un sistema binario, bajo la interacción gravitatoria, con cuerpos de masa m_1 y m_2, la energía está en principio dada por

$$E = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 - \frac{G m_1 m_2}{\left|\vec{X}_1 - \vec{X}_2\right|}; \qquad (D.77)$$

o sea, la suma de las energías cinéticas de cada partícula más la energía potencial de interacción gravitatoria.

En este caso conviene describir el movimiento respecto del sistema centro de masa; esto es, respecto del sistema en que el vector centro de masa $\vec{R}$, dado por

$$\vec{R} = \frac{m_1 \vec{X}_1 + m_2 \vec{X}_2}{m_1 + m_2}, \qquad (D.78)$$

está en reposo en el origen del sistema de coordenadas. Además conviene introducir la coordenada relativa $\vec{r}$ definida por

$$\vec{r} \equiv \vec{X}_1 - \vec{X}_2; \qquad (D.79)$$

donde denotaremos con r su módulo. De requerir $\vec{R} = 0$ y la última ecuación se deduce fácilmente que

$$\vec{X}_1 = \frac{m_2}{m_1 + m_2}\vec{r} \quad (D.80) \qquad \text{y} \qquad \vec{X}_2 = -\frac{m_1}{m_1 + m_2}\vec{r}. \quad (D.81)$$

De donde se deducen análogas relaciones para las velocidades. Reemplazando en la expresión para la energía se obtiene

$$E = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{Gm_1m_2}{r}, \quad (D.82) \qquad \text{donde} \qquad m \equiv \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}; \quad (D.83)$$

y $\vec{v}$ es el vector velocidad correspondiente al vector posición $\vec{r}$, cuyo módulo denotamos con v. A m se le da el nombre de *masa reducida*.

Observamos, entonces que el problema de dos cuerpos es equivalente al problema mecánico de una partícula de masa m en el campo central $-\frac{Gm_1m_2}{r}$. El problema de una partícula en presencia de un potencial central gravitatorio fue extensamente discutido en la sección 1.4; con la única diferencia que en el potencial aparecía el producto mM en vez de m_1m_2. Esto indica que las ecuaciones se puede aplicar, siempre que se requiera que la masa M sea tal que se satisfaga

$$mM = m_1m_2. \quad (D.84)$$

En particular en el ejercicio 1.5 se probó que la energía en término del semieje mayor a de un movimiento elíptico, está dada por

$$E = -\frac{GmM}{2a}; \quad (D.85)$$

por lo que para el caso de un movimiento circular vale

$$E = -\frac{Gm_1m_2}{2r}. \quad (D.86)$$

b) Si realizamos una variación de la expresión recién encontrada se obtiene

$$\delta E = \frac{Gm_1m_2}{2r^2}\delta r; \quad (D.87)$$

donde estamos usando la ecuación (C.5), que nos dice que

$$df = \frac{df}{dx}dx = nx^{n-1}dx, \quad (D.88)$$

para el caso en que $f = x^n$. En nuestro caso tenemos $f = r^{-1}$; y hemos usado la notación δ en vez de la notación d.

De aquí se deduce que si $\delta E = -\mathcal{E}$, entonces

$$\delta r = -\mathcal{E}\frac{2r^2}{Gm_1m_2}; \quad (D.89)$$

por lo que la órbita decrece su radio.

c) De la tercera ley de Kepler se tiene que

$$\frac{r^3}{T^2} = constante; \quad (D.90)$$

por lo que cuando realizamos una variación se obtiene

$$3\frac{r^2}{T^2}\delta r - 2\frac{r^3}{T^3}\delta T = 0\,; \quad (D.91)$$

o equivalentemente

$$\delta T = \frac{3}{2}\frac{T}{r}\delta r = -\mathcal{E}\frac{3rT}{Gm_1m_2}. \qquad (D.92)$$

Vemos que el período de la órbita decrece.

Capítulo 12

- **Solución 12.1**

Las masas m_e del electrón, m_p del protón y m_n del neutrón tienen los siguientes valores:

$m_e = 9,1091 \times 10^{-31}$ kg, $m_p = 1,6725 \times 10^{-27}$ kg y $m_n = 1,6748 \times 10^{-27}$ kg

De aquí se deduce que en unidades de energía se tiene:

$$m_ec^2 = 9{,}1091 \times 10^{-31}\, kg\, (299792458)^2\, m^2s^{-2} = 8{,}1869 \times 10^{-14} J$$

$$= 0{,}51098\, MeV; \qquad (D.93)$$

donde hemos usado la relación entre electrón-volt (eV) y Joule (J) presentada en la tabla A.2.

Similarmente para el caso del protón y neutrón se tiene:

$$m_pc^2 = 1{,}6725 \times 10^{-27}\, kg\, (299792458)^2\, m^2s^{-2} = 1{,}5932 \times 10^{-10} J$$

$$= 938{,}20\, MeV; \qquad (D.94)$$

y

$$m_nc^2 = 1{,}6748 \times 10^{-27}\, kg\, (299792458)^2\, m^2s^{-2} = 1{,}5052 \times 10^{-10} J$$

$$= 939{,}49\, MeV. \qquad (D.95)$$

Capítulo 14

- **Solución 14.1**

Este ejercicio no lo resolveremos aquí, pues consideramos que es democráticamente saludable involucrarse con un control sano de las tareas del estado.
Sólo señalamos que se debe tener mucho cuidado con la elección de las fuentes.
A comienzos de 2009 el enlace:
http://energia3.mecon.gov.ar/contenidos/verpagina.php?idpagina=2973
provee de una página con enlaces a archivos con información pertinente.
En lo posible es conveniente obtener información complementaria de fuentes externas; que permitan contrastar la fidelidad de los datos.