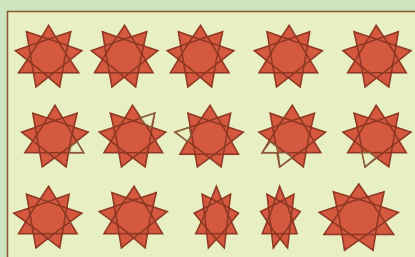


# 21. Control de calidad

Idealmente todas las unidades fabricadas serán idénticas y perfectas.



¿Cuáles son las defectuosas?

¿Para qué se realiza el control de calidad?

El control estadístico de calidad de productos y servicios tiene como objetivo **reducir su variabilidad** e idealmente eliminar sus defectos. Como un ideal, se busca que todas las unidades fabricadas sean idénticas y perfectas. En la práctica real se consigue reducir los desperdicios, minimizar los reprocesamientos y mejorar la opinión del cliente, tratando de hacer las cosas bien de una primera vez.

En el desarrollo de un producto puede servir en experimentos para comparar materiales, componentes o ingredientes. Durante el proceso de producción y distribución, los métodos estadísticos permiten identificar problemas que atentan contra la calidad buscada.

Hemos visto (secciones 17.1.1 y 20.2.3) que diferentes piezas, correspondientes a un mismo producto, pueden parecer iguales pero al medir sus características detalladamente se encuentran diferencias. Por más cuidado que se tenga en la calibración de las máquinas, se controlen los factores ambientales, se vigilen los materiales y se capaciten los operarios, **las piezas no serán idénticas**. Se trata de una **variabilidad** natural o **aleatoria**. Puede considerarse como un “ruido de fondo” inevitable.

Cuando el ruido de fondo de un proceso de producción es relativamente pequeño se lo considera aceptable. Cuando un proceso sólo está afectado por esa variabilidad aleatoria decimos que se trata de un “sistema estable” y “bajo control estadístico” o simplemente “en control”.

Walter A. Shewhart identificó las variaciones que se presentan cuando el proceso productivo opera normalmente. Son el resultado de muchas causas generalmente pequeñas e inevitables, que ocurren todo el tiempo. Las llamó variaciones “debidas a **causas comunes**”, en contraposición con un segundo tipo de variaciones, las debidas a “**causas especiales o asignables**” y que ocurren de vez en cuando.



**Walter Andrew Shewhart. (1891-1967).**

Físico, matemático y estadístico norteamericano, también conocido como el padre del control estadístico de la calidad.

No es posible –ni tiene sentido– perder tiempo en averiguar la causa de una variación debida a causas comunes cuando el proceso ya satisface las especificaciones. Sí es útil dedicarse a las debidas a causas especiales; usualmente provienen de tres fuentes: de los equipos, del operador o de las materias primas utilizadas.

Por ejemplo, se habla de causas especiales cuando la calidad del producto es afectada por haberse utilizado materias primas defectuosas o por el accionar inadecuado de los operarios que, por cansancio ó distracción, en muchas oportunidades continúan la producción sin advertir un desajuste en su máquina.

**No son** causas comunes. Se trata de **causas asignables**: máquinas mal ajustadas, materias primas defectuosas, errores del operador, software incorrecto, etc. Las piezas producidas bajo estas condiciones anómalas no tendrán su variabilidad habitual. Esta variabilidad extra suele ser grande, en comparación con el ruido de fondo, y representa un nivel inaceptable del rendimiento del proceso.

Cuando un proceso de producción opera en presencia de **causas asignables** decimos que **está fuera de control**.

Al controlar un proceso interesa restringir la variación únicamente a la debida a las causas comunes; **las causas asignables deben ser detectadas y eliminadas**. Cuando **la única variación presente** es debida a **causas comunes**, y no a una causa asignable decimos que **el proceso opera en estado bajo control** o que **está en control**. Un proceso en control es **estable en el tiempo** respecto a las variaciones y no muestra indicaciones de causas extrañas.

Un proceso en control (o bajo control) es un proceso estable.

No significa necesariamente que se satisfagan las especificaciones del producto.

La variabilidad debida a causas comunes puede exceder los límites de tolerancia del producto. Puede ocurrir que la proporción de piezas defectuosas sea mayor a lo tolerable en términos económicos. En ese caso se deberán introducir modificaciones al proceso.

Cuando ya se ha establecido un proceso que cumple con las especificaciones de tolerancia del producto, el problema principal consiste en determinar cuándo el proceso está fuera de control.

Los gráficos de control, también llamados cartas de control de Shewhart, permiten reconocer situaciones en las cuales las causas asignables pueden estar afectando negativamente la calidad de un producto. Se trata de una secuencia de puntos obtenidos de muestras de piezas tomadas a través del tiempo. Son los valores de algún estadístico, tal como la media de la longitud o la proporción de piezas defectuosas.

## □ 21.1. Gráficos de control

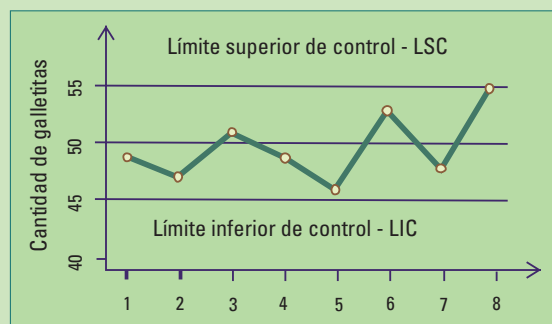
Un gráfico de control muestra en el eje vertical los valores de los datos y en el horizontal el orden en que fueron recogidos a través del tiempo. Es esencial, para este tipo de

gráfico que las muestras hayan sido tomadas en forma sucesiva en el tiempo, pues es esa evolución -de alguna o algunas características de un producto- lo que interesa controlar.

Tiene una línea horizontal a la altura de un **valor central**, ésta puede provenir de las especificaciones del producto o de valores históricos y dos líneas -una en el **límite inferior de control** (LIC) y otra en el **límite superior de control** (LSC)- para indicar cuan lejos por encima o por debajo del valor objetivo se espera que se obtengan los valores de las muestras.

Se grafican pesos, volúmenes, cantidades o más frecuentemente pesos promedio, el promedio de volúmenes o cantidades promedio (proporciones). Si los puntos caen dentro de los límites inferior y superior se considera que el proceso se encuentra en el estado de control estadístico.

**Ejemplo:** Las bolsas de galletitas siempre parecen tener menos unidades que las que deberían. Supongamos que un fabricante está llenando bolsas con galletitas de agua, y el valor objetivo es de 50 piezas por bolsa, con LIC = 45 piezas y LSC = 55 piezas. Supongamos, además, que 8 bolsas de galletitas son seleccionadas mediante un muestreo sistemático. Una de cada 200 bolsas, de una línea de producción, son inspeccionadas obteniéndose los siguientes resultados: 49 galletitas, 47 galletitas, 51 galletitas, 49 galletitas, 46 galletitas, 53 galletitas, 48 galletitas, y 55 galletitas.



El proceso que muestra la figura 21.1. parece estar operando en control, al menos por el momento.

Un gráfico de control puede indicar una condición fuera de control cuando uno o más puntos caen más allá de los límites o presenta algún patrón de comportamiento no aleatorio.

*Fig. 21.1. Gráfico de control para la cantidad de galletitas.*

### 21.1.1. ¿Cómo se establecen el valor central y los límites en un gráfico de control?

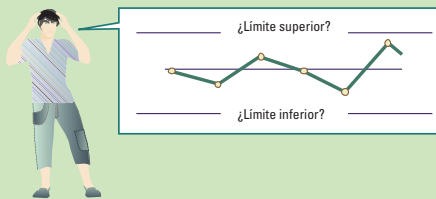
La idea detrás de los gráficos de control es obtener límites, fijar cotas para toda la variabilidad aleatoria, excluyendo la variabilidad asignable no deseada. De esta forma, las causas asignables tenderán a dar valores fuera de los límites de control mientras que la variabilidad aleatoria tenderá a generar puntos que se encuentran dentro de esos límites.

En general el valor central o **valor objetivo** es establecido por las especificaciones del producto (50 en el ejemplo de las galletitas). Otras veces es el promedio de muchos valores

(datos históricos) de la característica de interés, obtenidos con el proceso en estado de control. Por ejemplo, en una producción de almohadones el valor central podría ser su peso promedio cuando la variabilidad presente se debió únicamente a causas comunes.

Las especificaciones de los **límites de control** dependen de los límites de tolerancia del producto y de qué proporción de artículos está dispuesto a perder el fabricante.

Supongamos que el fabricante puede tener hasta un **5% de artículos** fuera de las especificaciones. Para el caso del llenado de bolsas de galletitas, esto significa que el 95% de las bolsas deben contener entre 45 y 55 galletitas. Si la distribución de la cantidad de galletitas por bolsa puede aproximarse por la Normal (ya vimos que suele ocurrir), cerca del 95% de los valores se encontrará dentro de 2 desvíos de la media (sección 20.2.3). El intervalo de cantidades aceptables [45;55] tiene longitud 10 y debe corresponder a 2 desvíos para que se cumpla que el 95% de las bolsas contengan entre 45 y 55 galletitas (sección 20.2.3). Luego la cantidad de galletitas por bolsa producida puede tener un desvío menor o igual a  $10/2=5$ .



Si ahora el fabricante es más exigente, admitiendo sólo un 0,3% de productos defectuosos, entonces el 99,7% de las bolsas deben contener entre 45 y 55 galletitas, el intervalo [45; 55] de longitud 10 debe corresponder a 3 desvíos y el desvío debe ser menor o igual a  $10/3=3,33$ . El proceso de fabricación ahora requiere un desvío de 3,33 galletitas por bolsa.

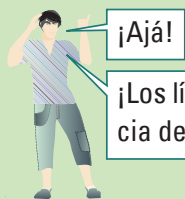
Una vez logrados los requerimientos de calidad se debe monitorear el proceso para garantizar que se mantenga estable.

### 21.1.1.1. Límites de control 3 - sigma

Es habitual colocar los límites de control a una distancia de más y menos 3 desvíos, a partir de la línea central, de la variable graficada. Estos límites se conocen como **límites de control 3 - sigma**.

- Límite inferior de control (LIC) =  $\mu - 3\sigma$
- Límite superior de control (LSC) =  $\mu + 3\sigma$

Si la variable graficada tiene distribución Normal con media igual al valor central del gráfico el **99,7% de los valores** (casi todos) **caerán dentro de los límites de control 3 - sigma** (ver sección 20.2.3). Con estos límites tendremos un 0,3 % de falsas alarmas.



¡Los límites de control están a una distancia de 3 veces el desvío del valor central!

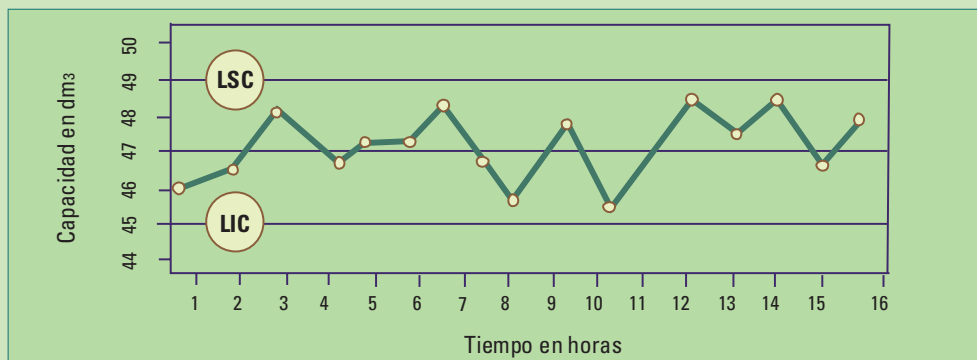
**Ejemplo:** Una fábrica produce garrafas de gas comprimido de uso doméstico con 20 kg de capacidad nominal. La capacidad volumétrica es una de las características importantes de las mismas. Cada hora se selecciona una garrafa de la línea de producción y se mide su capacidad volumétrica interna en  $\text{dm}^3$ . En una jornada de 16 horas (2 turnos) se obtuvieron los siguientes valores: 45,91; 46,34; 47,52; 46,52; 47,15; 47,15; 47,99; 46,81; 45,70; 47,25; 45,85; 48,14; 47,56; 48,01; 46,55; 47,27.

Se sabe que la capacidad volumétrica interna de una garrafa, cuando el proceso de producción opera en condiciones de control, es una variable con distribución Normal con media  $47 \text{ dm}^3$  y desvío estándar de  $0,666 \text{ dm}^3$ .

No confundir la capacidad nominal de 20 kg con la capacidad volumétrica que se mide en  $\text{dm}^3$  y su valor está alrededor de 47.

La carta de control de  $3 - \sigma$  (3 desvíos) tendrá los siguientes límites:

- Límite inferior de control (LIC)  $= 47 - 3 \times 0,666$   
 $= 45,002$   
 $= 45$
- Límite superior de control (LSC)  $= 47 + 3 \times 0,666$   
 $= 48,998$   
 $= 49$



**Figura 21.2.** Gráfico de control para la capacidad volumétrica de garrafas de uso doméstico.

La figura 21.2 muestra los siguientes valores: 45,91; 46,34; 47,52; 46,52; 47,15; 47,15; 47,99; 46,81; 45,70; 47,25; 45,85; 48,14; 47,56; 48,01; 46,55; 47,27 de las capacidades volumétricas de 16 garrafas, seleccionadas una cada hora en una jornada laboral de 2 turnos. Los puntos se encuentran dentro de los límites de control; el proceso se encuentra bajo control estadístico.

### 21.1.1.2. Estimación de los parámetros del proceso

Cuando un gráfico de control muestra un proceso bajo control estadístico es posible utilizar los puntos del mismo para estimar la media ( $\mu$ ), el desvío ( $\sigma$ ) y la fracción que no cumple con los requerimientos. Esto permite tomar decisiones respecto a realizar o no modificaciones en el ciclo de producción y actualizar los límites de control si fuera necesario.

## □ 21.2. Gráficos de control $\bar{x}$ (equis barra)

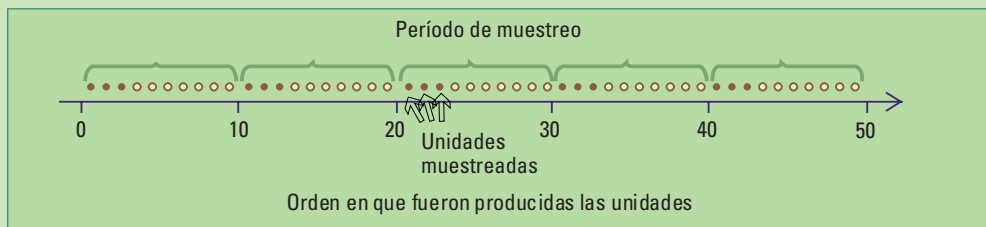
La mayoría de los procesos productivos son monitoreados seleccionando muestras y calculando promedios. En los gráficos de control, en vez de valores individuales se grafican **promedios**, calculados a partir de los datos de subgrupos o **muestras** de artículos.

Los gráficos de control que utilizan promedios se denominan “Gráficos de control equis barra”.

### 21.2.1. ¿Cómo se eligen las muestras de artículos?

Los subgrupos de artículos se eligen, en lo posible, de manera que contengan la variabilidad natural del proceso y excluyan la variabilidad debida a causas asignables. Describiremos dos tipos de criterios para elegirlos.

#### 21.2.1.1. Unidades cercanas en el tiempo

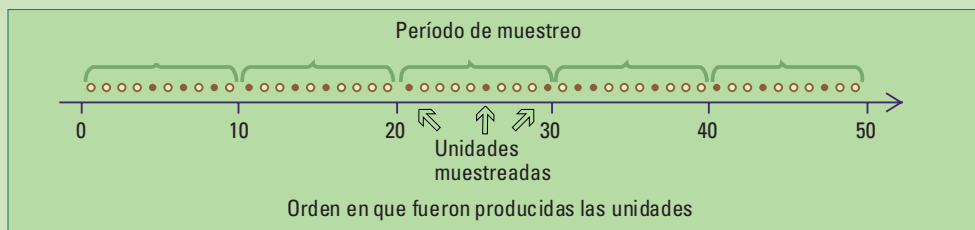


**Figura 21.3.** Esquema de muestreo de 3 unidades cercanas en el tiempo cada 10 producidas (período de muestreo). Los puntos sólidos representan las unidades muestreadas.

Cada subgrupo está formado por unidades producidas al mismo tiempo o casi al mismo tiempo. De esta manera se espera que un cambio en el proceso ocurra entre subgrupos y no dentro de cada subgrupo. Se obtiene así como una foto del proceso en cada instante en que se tomó la muestra. Este tipo de muestreo suele utilizarse para detectar corrimientos en la media del proceso.

La figura 21.3 muestra un esquema de **muestreo sistemático** de unidades cercanas en el tiempo. Se eligen 3 artículos sucesivos al comienzo de cada período de 10 unidades. Los puntos muestreados aparecen como puntos negros sólidos. Es mejor elegir al azar, dentro de cada período, el momento a partir del cual se seleccionan los 3 artículos sucesivos.

### 21.2.1.2. Unidades representativas de un período completo



**Figura 21.4.** Esquema de muestreo de 3 unidades representativas de todo el período de muestreo. Los puntos sólidos representan las unidades muestreadas.

Cada muestra está formada por unidades representativas de todas las unidades producidas desde que se tomó la última muestra. Se trata de una muestra aleatoria de toda la salida del proceso sobre el intervalo de muestreo.

Este procedimiento suele utilizarse para tomar decisiones respecto de la aceptación o no de todas las unidades producidas en ese período.

La figura 21.4 muestra un ejemplo en el cual 3 unidades fueron elegidas al azar dentro de cada período de 10 unidades.

### □ 21.2.2. ¿Cómo se calculan los límites de control tres sigma en un gráfico $\bar{X}$ ?

En un gráfico de control  $\bar{X}$  (equis barra) **se grafican promedios** y para los límites de control se utilizan los **errores estándar**.

Un error estándar es el desvío estándar de las medias muestrales.

Esto significa que los límites de control 3 - sigma se establecerán como el valor objetivo más menos 3 veces el error estándar.

El error estándar se calcula como el desvío estándar ( $\sigma$ ) dividido la raíz cuadrada de  $n$ , siendo  $n$  el tamaño de la muestra:

$$\text{Error estándar} = \sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

El error estándar siempre es menor que el desvío estándar. Esto es porque los promedios utilizan más información que un único dato y por lo tanto varían menos entre una muestra y la siguiente. Vimos un ejemplo de esa situación en el Capítulo 10. Allí también el error aleatorio se reducía al aumentar el tamaño de la muestra de acuerdo con  $\frac{1}{\sqrt{n}}$ .

Los límites de control tres sigma para un gráfico de control  $\bar{x}$  son:

- Límite inferior de control (LIC) =  $\mu - 3\sigma_{\bar{x}}$
- Límite superior de control (LSC) =  $\mu + 3\sigma_{\bar{x}}$

O sea:

- Límite inferior de control (LIC) =  $\mu - 3\sigma/\sqrt{n}$
- Límite superior de control (LSC) =  $\mu + 3\sigma/\sqrt{n}$

**Ejemplo:** Continuemos con datos de capacidad volumétrica (sección 21.1.1.1.) para un proceso con media 47 dm<sup>3</sup> y desvío estándar de 0,666 dm<sup>3</sup>. Utilizamos esta vez una carta de control  $\bar{X}$ , con  $n=5$ . Es decir, se promedia la capacidad volumétrica de 5 garrafas cada hora, durante 16 horas. Los datos son los siguientes:

Capacidad volumétrica de 5 garrafas						
	Garrafa 1	Garrafa 2	Garrafa 3	Garrafa 4	Garrafa 5	Promedio
<b>Muestra 1</b>	45,36	46,53	47,36	47,27	46,78	46,66
<b>Muestra 2</b>	47,59	46,10	47,10	47,01	47,52	47,06
<b>Muestra 3</b>	47,44	47,91	46,07	47,11	47,97	47,30
<b>Muestra 4</b>	47,84	46,19	47,01	47,43	46,39	46,97
<b>Muestra 5</b>	46,79	48,21	47,37	46,61	46,39	47,07
<b>Muestra 6</b>	48,11	47,45	46,65	48,01	48,02	47,65
<b>Muestra 7</b>	46,66	47,06	47,95	46,51	46,53	46,94
<b>Muestra 8</b>	46,92	47,87	47,05	47,96	47,18	47,40
<b>Muestra 9</b>	46,59	47,45	45,81	46,55	47,22	46,72
<b>Muestra 10</b>	47,28	46,53	48,17	45,93	47,01	46,98



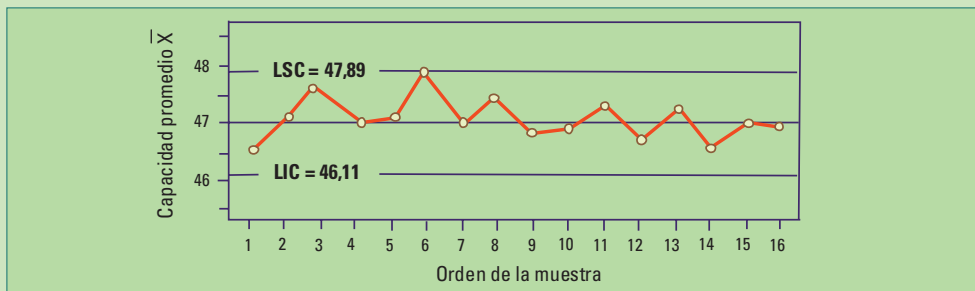




Capacidad volumétrica de 5 garrafas						
	Garrafa 1	Garrafa 2	Garrafa 3	Garrafa 4	Garrafa 5	Promedio
Muestra 11	47,18	47,12	47,70	47,09	47,27	47,27
Muestra 12	46,58	47,02	45,82	47,35	46,31	46,62
Muestra 13	46,89	47,39	46,33	47,50	48,18	47,26
Muestra 14	46,17	46,89	46,63	45,00	47,46	46,43
Muestra 15	47,82	47,24	46,86	46,01	47,04	46,99
Muestra 16	46,29	47,59	47,40	45,81	47,62	46,94

Tenemos  $n=5$ ,  $\mu=47 \text{ dm}^3$  y  $\sigma=0,66 \text{ dm}^3$ , por lo tanto:

- Límite inferior de control (LIC)  $= \frac{47-3 \times 0,66}{\sqrt{5}}$   
 $= 47-0,89$   
 $= 46,11$
- Límite superior de control (LSC)  $= \frac{47+3 \times 0,66}{\sqrt{5}}$   
 $= 47+0,89$   
 $= 47,89$



**Figura 21.5.** Gráfico de control  $\bar{X}$  para la capacidad volumétrica de garrafas,  $n=5$ .

La figura 21.5 no muestra evidencias de que el proceso se haya salido de control, todos sus valores están dentro de las bandas y no aparece ningún patrón no aleatorio.

**Nuevo ejemplo:** El sector de control de calidad de una fábrica que produce dardos registró los diámetros de 10 submuestras sucesivas de tamaño 4, resultado en los siguientes promedios (en milímetros):

Muestra	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Promedio	3,01	2,97	3,12	2,99	3,03	3,02	3,1	3,14	3,09	3,2

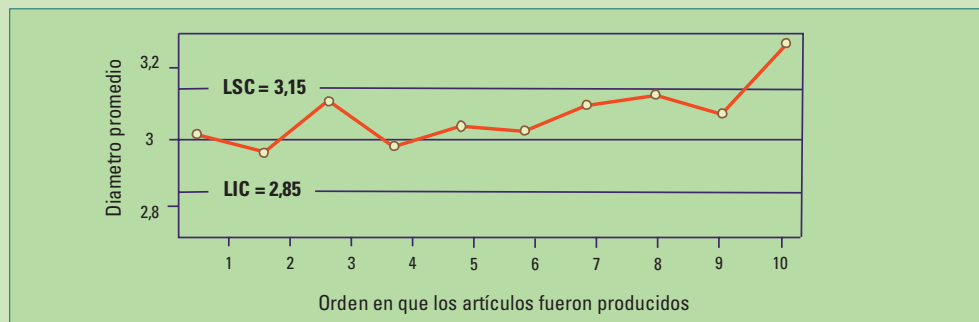
Registros históricos indican que cuando el proceso opera en control, los diámetros sucesivos tienen distribución gaussiana con media  $\mu=3$  y desvío  $\sigma=0.1$  por lo tanto para  $n=4$  los límites de control 3-sigma son:

$$LIC = \frac{3 - 3(0,1)}{\sqrt{4}} \quad LSC = \frac{3 + 3(0,1)}{\sqrt{4}}$$

$$LIC = 2,85$$

$$LSC = 3,15$$

Como la media muestral número 10 se encuentra por encima del límite superior concluimos que hay razones para sospechar que la media de los diámetros de los dardos difiere de 3. Más aún el gráfico de control de la figura 21.6 parece sugerir que a partir de la muestra 6 aumentó la media del diámetro de los dardos.



**Figura 21.6.** Gráfico de control para diámetros de dardos, de 10 submuestras sucesivas de tamaño 4.

### □ 21.3. Análisis de patrones no aleatorios en cartas de control

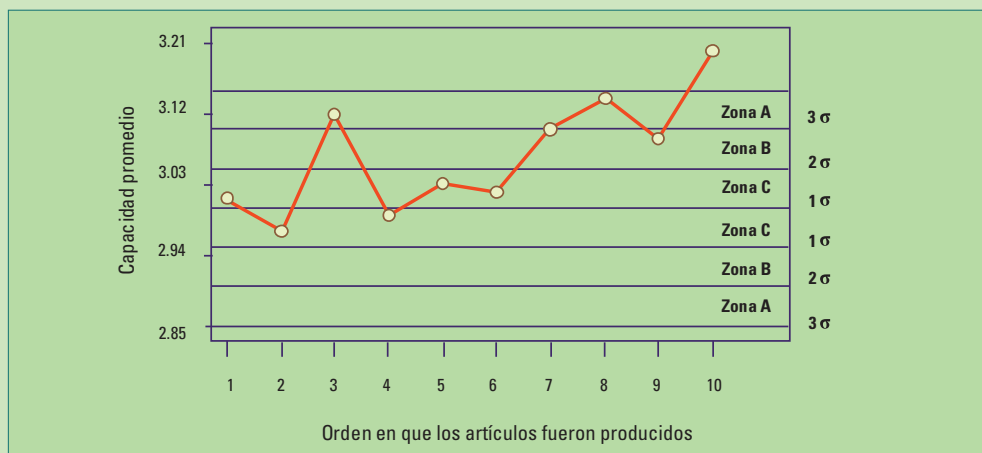
Una carta de control puede indicar una condición fuera de control cuando uno ó más puntos caen fuera de los límites de control o cuando los puntos muestran un comportamiento no aleatorio. Por ejemplo, la figura 21.6 muestra un punto fuera de los límites de control pero además desde el punto cuatro hasta el ocho se observa una marcada tendencia creciente con apariencia no aleatoria.

El manual de la empresa Western Electric (Western Electric Handbook (1956) ) establece que un proceso está fuera de control cuando se cumple alguna de las siguientes pautas:

1. Hay un punto fuera de los límites  $3-\sigma$ .
2. Dos de tres puntos consecutivos se encuentran del mismo lado fuera de un límite  $2-\sigma$ .
3. Cuatro de 5 puntos consecutivos están se encuentran del mismo lado fuera de un límite  $1-\sigma$ .
4. Ocho puntos consecutivos del mismo lado de la línea central.

Este criterio aumenta la sensibilidad para detectar un proceso fuera de control pero también aumenta la probabilidad de falsa alarma.

La figura 21.7 muestra el gráfico  $\bar{X}$  (equis barra) para el ejemplo de los dardos con los límites 1-sigma, 2-sigma y 3-sigma utilizados en el procedimiento Western Electric. A veces estos límites son llamados límites de advertencia. Estos límites dividen el gráfico de control en tres zonas (A, B y C) a cada lado de la línea central. Nótese que los **cuatro últimos puntos** caen en la zona B ó más allá de ella. Luego tenemos en este caso **una doble evidencia de que el proceso no está en control ya que se cumplen las reglas 1 y 3.**



**Figura 21.7.** Gráfico de control  $\bar{X}$ , para diámetros de dardos, con los límites 1-sigma, 2-sigma y 3-sigma.