# 26. Epílogo: estadística y probabilidad.

La teoría de probabilidad comenzó hacia 1654, cuando el jugador Chevalier de Méré consultó a Blaise Pascal por sus pérdidas inesperadas (ver recuadro Paradoja de Chevalier de Méré). Pascal, junto con su amigo Pierre de Fermat, explicaron las aparentes contradicciones y sentaron las bases de la teoría de probabilidad mediante un intercambio epistolar.

Pero fue recién a partir de la formulación axiomática de la teoría de probabilidad (Kolmogorov, 1933) que pudo definirse probabilidad en términos matemáticos precisos.

**Paradoja de Chevalier de Méré**

Los jugadores franceses del siglo 17 solían apostar a obtener por lo menos 1 as en cuatro tiradas de un dado. Una modificación de ese el juego consistía en arrojar 2 dados 24 veces y la apuesta era sobre la aparición de por lo menos un doble as.

De acuerdo con el razonamiento de Chevalier de Méré, un as tiene una chance de 1/6 en una tirada (que es correcto) y 4/6 en 4 tiradas (que es incorrecto). Para 2 tiradas razonaba en forma similar: 1 / 36 son las chances de 2 aces en dos tiradas (que es correcto). Luego para compensar deben realizarse 24 tiradas obteniendo nuevamente un resultado incorrecto: 24/36 = 4/6 (el mismo resultado que en el juego con 4 tiradas)

¿Cuáles son los resultados correctos?

**Probabilidad de tener por lo menos un as en 4 tiradas de un dado.**

Al arrojar un dado equilibrado 4 veces se pueden tener 6 x 6x 6 x 6 = $6^4$ resultados equiprobables. De esos 5 x 5 x 5 x 5 = $5^4$ no tienen ningún as. Por lo tanto $6^4 - 5^4$ son resultados favorables a la apuesta. Luego la probabilidad de obtener por lo menos un as en 4 tiradas es:

$$(6^4 - 5^4)/6^4 = \frac{(1.296 - 625)}{1.296} = \frac{671}{1.296} = 0,51775$$

Esta probabilidad es levemente mayor a 1/2 favoreciendo al apostador.

**Probabilidad de tener por lo menos un doble as en 24 tiradas de dos dados.**

Tirar dos dados tiene 36 resultados equiprobables, 35 de los cuales son desfavorables en la apuesta. En 24 tiradas hay $36^{24}$ resultados posibles de los cuales ($36^{24} - 35^{24}$) son favorables. Por lo tanto, la probabilidad de ganar la apuesta en este caso es:

Andrey Nikolaevich Kolmogorov (1903 -1987). Matemático ruso que realizó, entre muchas otras, importantes contribuciones en estadística y teoría de probabilidad.

$(36^{24} - 35^{24}) / 36^{24} = 1 - (35/36)^{24}$
$\approx 1 - 0{,}5086$
$= 0{,}4914$

Esta probabilidad es levemente menor a 1/2 y por lo tanto desfavorable al apostador.

El enfoque sobre la variabilidad de los datos es lo que distingue la estadística de la matemática. Pero, ¿Qué es lo que distingue la teoría de probabilidad de la estadística, siendo que ambas estudian fenómenos aleatorios? Veamos dos situaciones:

- **Situación 1.** Se sabe que la mitad de los socios del "Club Grande de Fútbol" apoyan al candidato Rolando Forzudo. Se eligen 5 socios al azar ¿Cuántos socios estarán a favor de ese candidato?
- **Situación 2.** Se pregunta ¿Qué proporción de los socios del "Club Grande de Fútbol" apoyan al candidato Rolando Forzudo?

Ninguna respuesta es determinista. La elección de un socio al azar produce un resultado aleatorio en ambas situaciones.

En la situación 1 se comienza suponiendo que la mitad de los socios apoya un candidato. A partir de allí **se realiza una deducción lógica utilizando un modelo** teórico, para obtener las probabilidades de todos los resultados posibles, 0, 1, 2, ... etc.

En la segunda situación se comienza **sin saber** qué proporción de socios realmente está a favor de Rolando Forzudo. Para hallar una respuesta se selecciona una muestra aleatoria simple y se estima la proporción de socios a favor del candidato a partir de la misma. En este caso **la respuesta se induce a partir de observaciones experimentales.**

Desarrollar un modelo para un experimento aleatorio, como por ejemplo para el experimento de arrojar una moneda n veces, y obtener fórmulas para el cálculo de las probabilidades de los distintos resultados (Modelo Binomial) forma parte de la **teoría de probabilidad.** El modelo suele tener parámetros; construir un método para estimar esos parámetros -utilizando datos-, hallar sus propiedades y determinar bajo qué condiciones son válidas se encuentran dentro del campo de la **estadística teórica.** Aplicar el método, verificando las condiciones de validez del mismo, forma parte de la **estadística aplicada.**

El Modelo Binomial es muy general, depende de un único parámetro (**p** = probabilidad de cara) y de la cantidad de veces que se arroja la moneda **(n).** Arrojar una moneda y observar si salió cara o ceca es equivalente a elegir un individuo al azar de una población con dos categorías (éxito, fracaso) y observar a qué categoría pertenece. Por ejemplo, en el caso de los socios del Club Grande de Fútbol (Éxito= socio que apoya la candidatura de Rolando Forzudo, Fracaso= socio que no apoya la candidatura).

Es parte de la estadística teórica demostrar que $\hat{\mathbf{p}}$ es un buen estimador de **p** y hallar sus propiedades. Quien utilice ese estimador, antes de sacar sus conclusiones, deberá verificar que lo está haciendo en las condiciones correctas. Los datos deben provenir de un muestreo aleatorio simple sin sesgo y la variable que se está observando debe ser una medida válida de la característica en estudio. Si el tamaño de la muestra es más del 10% del tamaño de la población además deberá utilizar un factor de corrección.

A medida que se profundiza en el estudio de estadística son cada vez más necesarios los conocimientos de matemática y probabilidad.

El diseño, la recolección de datos, así como su análisis y la interpretación de los resultados, son aspectos fundamentales de la estadística. Dependen fuertemente del contexto y -en niveles introductorios- requieren de poco uso de matemática formal. Esto permitió presentar el pensamiento estadístico, y su aplicación a la resolución de problemas, explicando y cuantificando la variabilidad de los datos sin utilizar explícitamente cálculos de probabilidad.

Cuando las preguntas se complican las respuestas requieren de herramientas estadísticas más complejas. Hay un mundo de posibilidades para quienes se atrevan. Esto es sólo el comienzo.