25. Decisiones en el campo de la estadística

Muchas afirmaciones que escuchamos a diario conciernen al campo de la estadística:

- Las lentejas instantáneas requieren solamente 2 minutos de hervor para estar listas para comer.
- La vida media de las computadoras es 6 años.
- El consumo moderado de alcohol en las comidas reduce el riesgo de infarto de miocardio.
- El 20% de las mujeres maneja mal.

Se trata de afirmaciones respecto de una o varias poblaciones.

¿Qué se puede hacer si alguna de las afirmaciones nos concierne especialmente?

- Creerle o no creerle, directamente.
- Realizar nuestra propia investigación, siguiendo los lineamientos propuestos en este libro.
- Indagar respecto de cómo se llegó a la conclusión.

Creer (o no creer) directamente en los resultados no es una buena opción. Realizar su propia investigación, eso es lo que realizan muchas investigadoras de mercado e institutos médicos, farmacéuticos, universidades. Para la tercera opción, es necesario saber qué hay que mirar para evaluar el estudio y entender los resultados.

Generalmente la afirmación se refiere a un parámetro poblacional; es decir, un número que caracteriza a toda la población. Por ejemplo, la afirmación el "20% de las mujeres maneja mal" se refiere a la población de todas las mujeres que conducen un automóvil particular o algún otro tipo de vehículo. Se está realizando una afirmación sobre un porcentaje (el parámetro) referido a todas las mujeres que conducen un automóvil particular o algún otro tipo de vehículo (la población). ¿Puede alguien saber exactamente cuál es ese porcentaje? Nadie puede saberlo; por lo tanto, esa afirmación no corresponde necesariamente a un hecho real. Se trata de una hipótesis, se la denomina "hipótesis nula" y es necesario validarla. Pero uno puede tener su propia hipótesis basada en su experiencia. Por ejemplo, puede ser: "el porcentaje de mujeres que maneja mal es menor a 20%"; es la "hipótesis alternativa". También se puede cuestionar la hipótesis nula diciendo simplemente: "el porcentaje no es 20%".

Además de realizar "pruebas de hipótesis" sobre una variable categórica (maneja mal: sí, no), se pueden realizar también sobre variables continuas, como la cantidad de años que dura una computadora sin averiarse. En estos casos el parámetro de interés es la media poblacional; la hipótesis nula será una afirmación respecto del valor del parámetro (por ejemplo $\mu=6$ años, en general $\mu=\mu_0$ con μ_0 un número fijo).

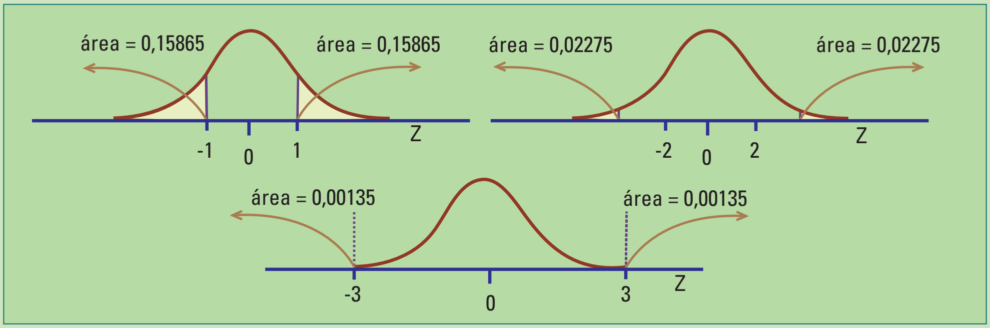
25.1. Prueba de hipótesis

La idea detrás de "la prueba de hipótesis", también conocida como "el test de hipótesis", es pensar que **si la hipótesis nula,** por ejemplo: **$\mu=\mu_0$, fuera verdadera** la diferencia entre la media muestral **($\bar{x}$)** y **μ_0** debería ser pequeña. Si es demasiado grande para lo esperable, debido simplemente a la variabilidad aleatoria, se sospecha de la validez de la hipótesis nula y se toma la decisión a favor de la hipótesis alternativa. Es un razonamiento similar al que se utiliza en demostraciones por el **método de reducción al absurdo;** se supone válido lo contrario de lo que se quiere probar para llegar a algo falso o contradictorio. En el caso del test de hipótesis, los datos proveen la información para sospechar que el supuesto (hipótesis nula) es falso o no lo es.

Para saber si la diferencia entre, por ejemplo, la media muestral (**$\bar{x}$**) y el valor especificado en la hipótesis nula (**μ_0**) es grande se necesita **construir un estadístico a** partir de **$\bar{x}$-μ_0**, cuya **distribución** de muestreo **sea conocida cuando la hipótesis nula es verdadera.** Así podremos decidir si la diferencia lleva a un valor razonablemente posible de la distribución o se trata de un valor raro. Frente a esta última situación podemos sospechar que la hipótesis nula no es verdadera.

Utilizaremos estadísticos cuya distribución es aproximadamente Normal Estándar cuando la hipótesis nula es verdadera. Recordemos que cuando un conjunto de datos se distribuye en forma Normal, la mayor concentración de ellos se encuentra en el centro de la distribución, y a medida que nos alejamos del centro hacia las colas la concentración disminuye más y más.

Al construir intervalos de confianza utilizamos la regla 68-95-99,7, para obtener en forma aproximada las áreas de 3 zonas centrales bajo la curva de densidad Normal. También pueden considerarse las áreas complementarias; hacia las colas de la distribución Normal esperamos encontrar aprox. el 32%, 5% y 0,3% de los datos a medida que nos alejamos 1 desvío estándar, 2 desvíos estándar y 3 desvíos estándar de la media. Más precisamente se trata de 15,865%, 2,275% y 0,135% del área en cada cola de la distribución Normal Estándar (figura 25.1).



25.1. *Las áreas de las colas, bajo la curva Normal Estándar, disminuyen a medida que nos alejamos del cero.*

Encontrar el valor observado del estadístico en una zona de la distribución donde esperamos muy pocos datos, cuando la hipótesis nula es verdadera, es una evidencia en su contra.

Ejemplo 1. Nos dicen que la vida media de las computadoras es 5 años pero sospechamos que es menor.

Consideramos la afirmación: "la vida media de las computadoras es 5 años" como la **hipótesis nula** (**H_0**, se lee hache cero) y a nuestra sospecha: "la vida media de las computadora es menor a 5 años" como **hipótesis alternativa** (**Ha**).

Llamando **μ** a la media de la vida de todas las computadoras, entonces las hipótesis se escriben:

$$\mathbf{H_0: \mu = 5} \text{ y } \mathrm{Ha}: \mu < 5$$

Una vez que se establecen la hipótesis nula y la alternativa, el paso siguiente consiste en hallar la evidencia para tomar la decisión. La calidad de los datos es fundamental; la información debe ser precisa y no tener sesgo. Una mayor precisión se obtiene con un mayor tamaño de muestra: para evitar el sesgo los datos deben provenir de un muestreo aleatorio simple.

Supongamos que elegimos **n=36** computadoras al azar obteniendo una media muestral $\bar{x}$ = 4,33 años y un desvío estándar **s=1,12 años.** Queremos decidir si la diferencia entre 4,33 y el valor especificado en la hipótesis nula (5) es atribuible al azar (debido a haber tomado una muestra), o tenemos suficiente evidencia para rechazar la hipótesis nula a favor de la alternativa planteada.

Debemos construir el **estadístico del test. Si la hipótesis nula es verdadera** y como n> 30 sabemos que la media muestral $\bar{x}$ tiene una distribución aproximadamente Normal con media **μ=5** y desvío $\frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{1,12}{6}$ (sección 23.1).

Por lo tanto el **estadístico del test** es: $z = \frac{6(\bar{x} - 5)}{s}$ y tiene una distribución (de muestreo) aproximadamente Normal Estándar (**N**(0,1)) si **H_0: μ=5** es verdadera.

El **valor del estadístico del test** es:

$$z_{observado} = \frac{6(4,33 - 5)}{1,12}$$

$$= -3,5892$$

¿Provee el valor -3,5892 del estadístico del test suficiente evidencia para rechazar la hipótesis nula a favor de la alternativa?

Si la hipótesis nula fuera cierta -3,5892 sería un valor observado de una Normal Estándar. Pero **el área por debajo de la Normal Estándar para valores menores o iguales a -3,5892** es 0,0001658.

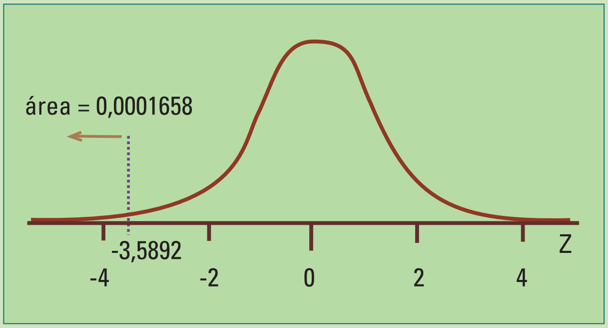


Figura 25.2. El área por debajo de la curva N(0,1) para valores más extremos que -3,5892 es 0,0001658.

Esto significa que si la hipótesis nula fuera cierta, obtendríamos menos de dos veces cada 10.000 un valor tan o más extremo como -3,5892, **en la dirección de la hipótesis alternativa** -hacia los valores menores-. ¡Es una frecuencia muy baja! Decimos que la diferencia entre la media muestral y el valor nulo (**μ=5**) no es atribuible al azar. Por lo tanto, sospechamos de la validez de la hipótesis nula.

Conclusión. Rechazamos la hipótesis nula y decimos que los datos proveen suficiente evidencia a favor de la hipótesis alternativa: **Ha: μ<5.** La vida media es "significativamente" menor que 5 años.

En este contexto, "significativamente" expresa que el resultado se obtuvo a partir de un test de hipótesis y que la diferencia entre el valor especificado en la hipótesis nula (5) y el observado (4,33) no es atribuible al azar. No se está diciendo nada respecto a la magnitud de la diferencia.

□ 25.2. Valor-p

El área, por debajo de la Normal Estándar para valores tan o más extremos como **el valor observado del estadístico del test** en dirección de la hipótesis alternativa, se llama **valor-p.** Corresponde a la **proporción de valores** del estadístico del test, tan o más extremos, que se obtendrían como resultado del muestreo aleatorio si la hipótesis nula fuera verdadera. **Cuanto más pequeño sea el valor-p, tanto mayor será la evidencia a favor de la hipótesis alternativa.**

En el ejemplo 1 el **valor-p** $(z_{observado} = -3{,}5892) = 0{,}0001658$ (ver figura 25.2).

> En la práctica los tests de hipótesis se realizan con computadoras utilizando **programas estadísticos** que **calculan los valores-p.**

Ejemplo 2. Un estudio nacional obtiene que la presión sistólica media es 129, para varones entre 35 y 44 años de edad. Un médico laboral de una aseguradora de trabajo sospecha que los ejecutivos tienen una presión sistólica elevada debido al estrés laboral. Selecciona al azar los registros de 45 ejecutivos en ese grupo etáreo y obtiene una media muestral $\bar{x}$**=130,8** y un desvío estándar **s=17,2.** ¿Tiene el médico suficiente evidencia para decir que la media de la presión de los ejecutivos es mayor que la de la población en general?

Las **hipótesis** son:

H_0: μ=129; la media de la presión sistólica de todos los ejecutivos entre 35 y 44 años no difiere de la media nacional de los varones del mismo grupo etáreo.
Ha: μ>129; la media de la presión sistólica de todos los ejecutivos entre 35 y 44 años es mayor a la media nacional de los varones del mismo grupo etáreo.

Se plantea una alternativa unilateral en dirección a los valores mayores **(μ>129)** porque el médico considera que el estrés únicamente puede aumentar o dejar igual la presión sistólica, nunca reducirla.

Como **n>30** y los datos provienen de un muestreo aleatorio simple, **el estadístico del test** es:
$z = \frac{\sqrt{n}\,(\bar{x} - 129)}{s}$ y tiene distribución aproximadamente **N(0,1)** si **H_0: μ=129** es verdadera (sección 24.1)

El valor observado del estadístico del test es:

$$z_{observado} = \frac{\sqrt{45}\,(130{,}8 - 129)}{17{,}2} = 0{,}7020$$

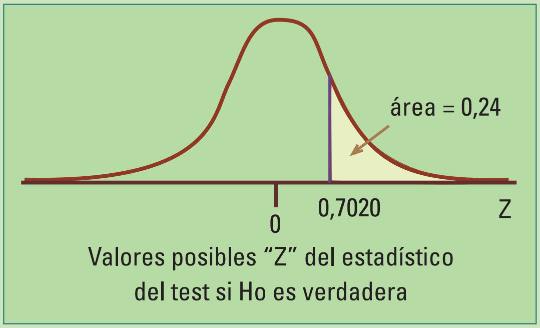


Figura 25.3. *Curva de densidad N(0,1) y $z_{observado}$ =0,7020. El área bajo la curva por encima de ese valor es 0,24.*

El valor-p, para $z_{observado}$=0,7020, es 0,24 (figura 25.3); o sea, el área bajo la curva de densidad Normal Estándar en la dirección de la hipótesis alternativa es 0,24. Aproximadamente 25% de los valores de la distribución de muestreo del estadístico del test estarían por encima del valor observado si **H_0** fuera verdadera; la diferencia entre el valor especificado en la hipótesis nula y la media muestral no es tan grande, es atribuible a la variabilidad debida al muestreo aleatorio.

Conclusión. No hay razones para sospechar que la media de la presión sistólica de todos los ejecutivos entre 35 y 44 años es mayor a la media nacional de los varones del mismo grupo etáreo.

Ejemplo 4. Retomemos el ejemplo 10 de la sección 22.5. (Dos variables Categóricas) en el que interesa estudiar si existe asociación entre dos variables categóricas: "come rápido" y "sobrepeso" ambas con categorías "sí, "no". Entre 250 individuos que "come rápido" se encuentra una proporción muestral de $\hat{p}_1$=0,3 individuos con sobrepeso y entre 220 individuos que "no come rápido" $\hat{p}_2$=0,1 Queremos decidir si la diferencia de proporciones observada de individuos con sobrepeso entre las categorías "come rápido" y "no come rápido" es atribuible al azar.

Llamamos Población 1 a todos los individuos que comen rápido y Población 2 a todos los individuos que no comen rápido y "éxito" es "tener sobrepeso".

Las **hipótesis** son:

H_0: p_1-p_2 = 0; Las proporciones poblacionales de "tener sobrepeso" son iguales entre los que comen rápido y los que no comen rápido.
Ha: p_1- p_2 ≠ 0; Las proporciones poblacionales de "tener sobrepeso" son diferentes entre los que comen rápido y los que no comen rápido.

donde $\mathbf{p_1}$ = la proporción de éxitos en la población 1
$\mathbf{p_2}$ = la proporción de éxitos en la población 2

> **Muchas veces** los tests de hipótesis se utilizan para comparar parámetros de dos poblaciones y el **valor especificado en la hipótesis nula es cero,** de allí su nombre.

> Al **valor especificado en la hipótesis nula** se lo denomina **valor nulo, sea o no sea cero.**

La hipótesis alternativa es bilateral. Se plantea este tipo de alternativa porque el efecto de comer rápido, en principio podría estar en ambos sentidos.

Como **n_1 p_1, n_1 (1-p_1), n_2 p_2, n_2 (1-p_2)** son todos mayores a 10 la distribución de muestreo de **$\hat{p}_1$-$\hat{p}_2$** es aproximadamente Normal (sección 24.4).

Por lo tanto **el estadístico del test** es:

$$\frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_1 - 0}{\sqrt{\dfrac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \dfrac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}}}$$

y tiene una distribución de muestreo **aproximadamente Normal Estándar** cuando **H_0: p_1-p_2 = 0** es verdadera

El **valor observado del estadístico del test es:**

$$z_{observado} = \frac{0{,}30 - 0{,}10}{\sqrt{\dfrac{0{,}30(1-0{,}30)}{250} + \dfrac{0{,}10(1-0{,}10)}{220}}}$$

$$z_{observado} = \frac{0{,}20}{0{,}0939}$$

$$z_{observado} = 2{,}129$$

El valor-p es 0,033. Como se trata de un test bilateral (también llamado a dos colas), el **valor-p** es el área bajo la curva de la distribución de muestreo del estadístico del test para valores mayores a 2,1299, y hacia los valores menores de -2,1299 (figura 25.4).

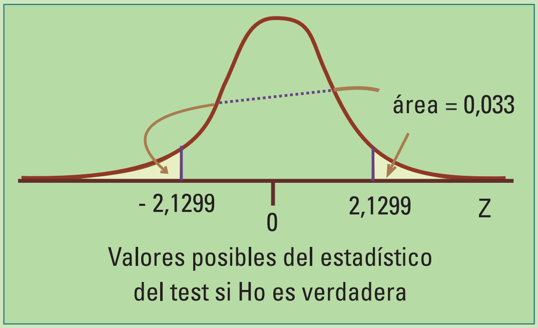


Figura 25.4. *Área de dos colas. El valor-p, para $z_{observado}$=2,1299 es 0,033 y la curva N(0,1)*

El área de las dos colas es 0,033. Aproximadamente 3 de cada 100 veces obtendríamos una diferencia entre el valor observado y el valor nulo tan o más extrema, consideramos que es una frecuencia baja.

Conclusión. Se rechaza la hipótesis de igualdad de proporciones. Decimos que la diferencia de las proporciones muestrales no es atribuible al muestro aleatorio y por lo tanto es estadísticamente significativa.

25.2.1 Áreas por debajo de la curva Normal estándar

Muchos programas estadísticos calculan áreas bajo la curva Normal Estándar. Los cálculos aquí se realizan utilizando el lenguaje **R** (ver recuadro). Para obtener un **área bajo la curva Normal Estándar a la izquierda de un valor cualquiera (z)** se escribe **pnorm (z)** y el programa devuelve el área.

El p-valor del ejemplo 1 (figura 25.2) se obtuvo de la siguiente manera:

Escribiendo **pnorm** (-3,5892) en la consola del programa el resultado devuelto es 0,0001658.

Si interesa el **área a derecha** de **z,** como el total del área bajo una curva de densidad es 1, simplemente se escribe **1-pnorm (z).** En el ejemplo 2 el área por encima del valor 0,7020 es: 1-pnorm (0,7020) = 1- 0,7586604 = 0,2413396. Este número se redondeó a 0,24.

R

Se trata de un lenguaje de programación integrado con muchos programas para manipulación de datos, cálculo y visualización gráfica. Es un entrono en el que se implementan distintas técnicas estadísticas. R (http://www.r-project.org/) es el resultado de un esfuerzo de colaboración con las contribuciones de todo el mundo y es de distribución libre. Inicialmente R fue escrito por Robert Gentleman y Ross Ihaka-también conocidos como “R & R” del Departamento de Estadística de la Universidad de Auckland.

Más importante que saber cómo se calcula es saber qué significa **un valor-p.**

25.3. Nivel de significación

Muchas veces se decide de antemano cuán pequeño debe ser el valor-p para declarar que la diferencia entre el valor especificado en la hipótesis nula y el valor observado es estadísticamente significativo. Ese valor se lo llama nivel de significación, y se lo indica por la letra griega **α (alfa).**

Al elegir **α=0,05** se permite que a lo sumo un 5% de las veces se rechace en forma equivocada la hipótesis nula. Pero si **α=0,01** la exigencia de la prueba es mayor, a lo sumo se rechazará en forma equivocada la hipótesis nula un 1% de las veces.

> Si al realizar un test, el valor-p resulta tan pequeño como o menor que α (valor-p ≤ α), decimos que: **la diferencia observada** con el valor especificado en la hipótesis nula **es estadísticamente significativa a nivel α.**

En el ejemplo 4 el p-valor = 0,033. Entonces, la diferencia observada es estadísticamente significativa a nivel **α=0,05** y no lo es a nivel **α=0,01.**

En el ejemplo 1 el p-valor = 0,0001658. Entonces, la diferencia es estadísticamente significativa a nivel **α=0,05** y también a nivel **α=0,01.**

> Pero el **p-valor dice mucho más que el nivel de significación,** proporciona el **menor nivel** que con los datos observados, **el test resultaría en rechazo.**

Los niveles de significación habituales son el 5% y el 1%, pero el **valor-p** es más informativo.

□ 25.4. Decisiones en base a intervalos de confianza

Cuando la hipótesis alternativa es bilateral, es posible tomar la decisión de rechazar la hipótesis nula utilizando un intervalo de confianza. Se rechaza la hipótesis nula si el valor especificado en dicha hipótesis (valor nulo) no se encuentra dentro del intervalo de confianza del parámetro o diferencia de parámetros sobre los que se quiere tomar la decisión.

Un **intervalo de confianza** es más informativo que un nivel de significación o un valor-p porque provee además **una estimación** del parámetro o diferencia de parámetros.

Para un test de nivel de significación **α** debe utilizarse un intervalo de nivel de confianza **100 x (1-α)%.** El nivel de significación del test controla la proporción de equivocaciones al rechazar la hipótesis nula, interesa que sea lo mas pequeño posible. El nivel de confianza, en porcentaje, expresa el porcentaje de aciertos en los cuales el intervalo contiene al parámetro verdadero; interesa que sea grande.

Ejemplo 5. De los registros de los últimos 40 meses de dos sucursales de una gran empresa se calcularon las cantidades medias por mes de accidentes **($\bar{x}_1$=8,6; $\bar{x}_2$=7,5)** y sus correspondientes desvíos estándar **(s_1=2,5; s_2=2,4),** para decidir si las medias muestrales difieren significativamente.

Las **hipótesis** son:

H_0: μ_1-μ_2 = 0; Las medias poblacionales de la cantidad de accidentes son iguales en las dos sucursales.
Ha: μ_1-μ_2 ≠ 0; Las medias poblacionales de la cantidad de accidentes de las dos sucursales difieren.

La hipótesis alternativa es bilateral porque no tenemos razones, más allá de los datos, para pensar que la diferencia tenga que estar necesariamente en algún sentido.

Como el tamaño de las muestras es suficientemente grande la distribución de muestreo de $\bar{x}_1$-$\bar{x}_2$ es aproximadamente Normal (sección 24.2). Por lo tanto el **estadístico del test** es: $z = \dfrac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2 - 0}{\sqrt{\dfrac{s_1^2}{40} + \dfrac{s_2^2}{40}}}$ tiene una distribución de muestreo N(0,1) **cuando H_0: μ_1-μ_2 = 0 es verdadera.**

El valor observado del estadístico del test es:

$$z_{observado} = \frac{8{,}6 - 7{,}5}{\sqrt{\dfrac{2{,}5^2}{40} + \dfrac{2{,}4^2}{40}}}$$

$$z_{observado} = \frac{1{,}1}{0{,}548}$$

$$z_{observado} = 2{,}007$$

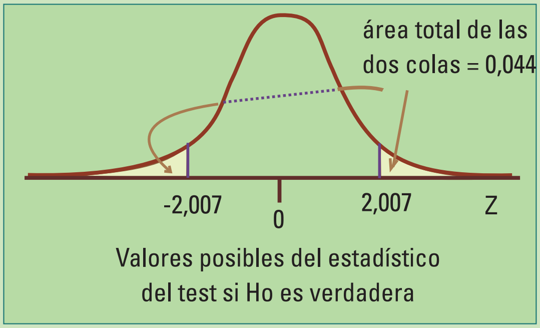


Figura 25.5. *El área bajo la curva Normal Estándar para z<-2,007 y z>2,007.*

valor-p = 0,0446986

Conclusión. Como el valor-p ≤ 0,05 se rechaza la hipótesis de igualdad de medias. Decimos que la diferencia de las medias muestrales no es atribuible al muestro aleatorio y es estadísticamente significativa a nivel **α=0,05.**

Podemos también construir un intervalo de aproximadamente el 95% de confianza para la diferencia de medias poblacionales **(μ_1-μ_2)** utilizando la diferencia de las medias muestrales **($\bar{x}_1$-$\bar{x}_2$):**

$$IC(\mu_1 - \mu_2) = \bar{x}_1 - \bar{x}_2 \pm 1{,}96\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_1^2}{n_1}}$$

$$= 8{,}6 - 7{,}5 \pm 1{,}96 \times 0{,}548$$

$$= 1{,}1 \pm 1{,}074$$

$$= [0{,}026; 2{,}174]$$

El intervalo no contiene al valor nulo (es cero en este ejemplo), por lo tanto la diferencia de accidentes entre las dos sucursales es significativamente diferente a nivel **α=0,05.** Es la misma decisión que obtuvimos al realizar el test calculando su valor-p. Pero ahora tenemos un rango de valores posibles para esa diferencia. Quien realice el estudio además de saber que la diferencia es significativa podrá decidir, en base al un rango de valores posibles para esa diferencia, si la diferencia de la cantidad de accidentes por mes entre las sucursales justifica tomar medidas para eliminarla.

Observación En el cálculo del IC **(μ_1- μ_2)** estamos utilizando el valor 1,96 (tabla 24.1) en vez de 2 de la regla 68-95-99,7.

□ 25.5. Expresiones generales

En las secciones anteriores se presentaron ejemplos de diferentes pruebas de hipótesis. Todas tienen las siguientes componentes:

a) Hipótesis nula - Hipótesis alternativa.
b) Estadístico en base al que se toma la decisión llamado **estadístico del test.**
c) Cálculo del valor-p, área bajo la curva Normal Estándar de valores tan o más extremos como el observado del estadístico del test.
d) Nivel **α.**

La tabla 25.1 muestra la hipótesis nula y los estadísticos de los tests **(z)** obtenidos a partir de muestras de tamaño grande para distintos parámetros poblacionales. Todos los estadísticos tienen distribución aproximadamente N(0,1) cuando la hipótesis nula es verdadera.

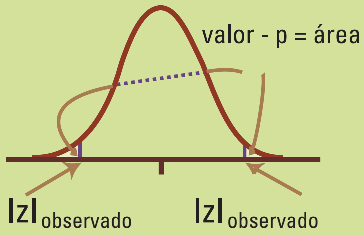
Para cualquiera de los tests planteados el cálculo del valor-p (tabla 25.2) depende del tipo de alternativa planteada.

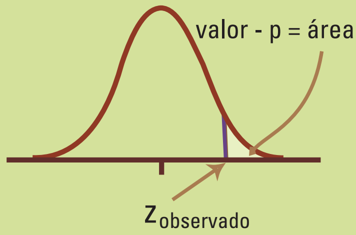
TESTS DE HIPÓTESIS SOBRE PARÁMETROS POBLACIONALES UTILIZANDO TAMAÑOS DE MUESTRAS GRANDES. TABLA 25.1

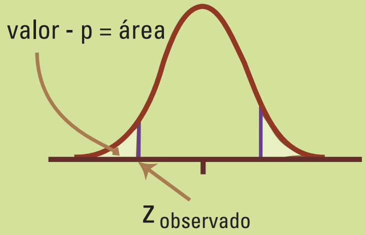
Tests para	Hipótesis nula (H0)	Estadístico del test
Una media poblacional **(μ)**	$\mu = \mu_0$	$z = \sqrt{n}\,\frac{\bar{x} - \mu_0}{s}$
Una proporción poblacional **(p)**	$p = p_0$	$z = \sqrt{n}\,\frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})}}$
La diferencia de medias poblacionales **(μ_1-μ_2)**	$\mu_1 - \mu_2 = 0$	$z = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2 - 0}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$
La diferencia de proporciones poblacionales **(p_1-p_2)**	$p_1 - p_2 = 0$	$z = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_1 - 0}{\sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}}}$

Valor-p para las distintas hipótesis alternativas (Ha). TABLA 25.2

Bilateral	Unilateral hacia los valores mayores	Unilateral hacia los valores menores
$\mu \neq \mu_0$	$\mu > \mu_0$	$\mu < \mu_0$
$p \neq p_0$	$p > p_0$	$p < p_0$
$\mu_1 - \mu_2 \neq 0$	$\mu_1 - \mu_2 > 0$	$\mu_1 - \mu_2 < 0$
$p_1 - p_2 \neq 0$	$p_1 - p_2 > 0$	$p_1 - p_2 < 0$
Valor-p **Área** por debajo de la curva **Normal Estándar** de los valores menores a $-\lvert z \rvert_{observado}$ y mayores a $\lvert z \rvert_{observado}$	**Valor-p** **Área** por debajo de la curva **Normal Estándar** de los valores mayores a $\lvert z \rvert_{observado}$	**Valor-p** **Área** por debajo de la curva **Normal Estándar** de los valores menores a $\lvert z \rvert_{observado}$







Los intervalos de confianza y las pruebas de hipótesis presentadas utilizan el teorema central del límite para establecer la distribución de muestreo de varios estadísticos. Esa es la razón por la que el cálculo de todos los valores-p presentados en la tabla 24.2 requieren cálculos de áreas bajo la N(0,1).

Sin embargo, existen otros resultados de la teoría de probabilidad que permiten describir la distribución de muestreo de los estadísticos considerados para tamaños de muestras chicas pero incorporando nuevos supuestos. Se trata de nuevas distribuciones a partir de las cuales se obtienen intervalos de confianza y tests de hipótesis.

No sólo es posible obtener intervalos de confianza y realizar pruebas de hipótesis para los parámetros estudiados, sino también para otros parámetros como, por ejemplo, el desvío estándar que no hemos tratado. Pero todos los conceptos desarrollados siguen siendo válidos.

25.6. Actividades y ejercicios

En los ejercicios con varias respuestas elija la que mejor responde a la pregunta planteada, o completa la afirmación.

1. Cuando se rechaza la hipótesis nula con un valor-p = 0,03 eso significa que

   a. La hipótesis nula no es verdadera.
   b. El 3% de las veces que utilice el test la hipótesis nula no será verdadera.
   c. El 97% de las veces que utilice el test la hipótesis nula no será verdadera.
   d. Cuando la hipótesis nula sea verdadera sólo el 3% de las veces se obtendrá un valor tan o más extremo que el observado.

2. La hipótesis alternativa es bilateral cuando

   a. No existen razones para suponer que los resultados necesariamente tendrán una dirección.
   b. Cuando no se realizó un experimento previo para establecer la dirección del efecto que se quiere probar.
   c. Cuando lo que se quiere probar es pequeño.

3. Se plantea una hipótesis alternativa es unilateral porque

   a. Los datos así lo sugieren.
   b. Existen razones intrínsecas al problema estudiado por las cuales el efecto sólo puede ocurrir en una dirección.
   c. Es más fácil calcular el valor-p.
   d. La cantidad de datos no es suficiente para plantear una hipótesis bilateral.

Los ejercicios siguientes que requieran del cálculo de valores-p, utilice los datos de la figura 25.6 para hallarlos en forma aproximada.

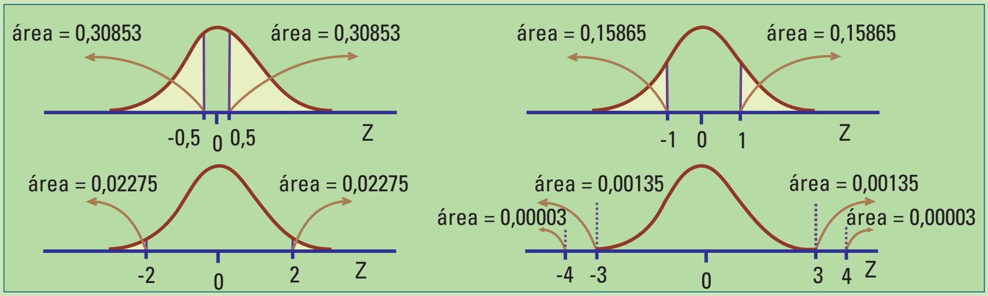


Figura 25.6. Las áreas de las colas de la curva Normal Estándar disminuyen a medida que nos alejamos del cero.

4. El intendente afirma que el tiempo medio que tardan las ambulancias del servicio de emergencias de la ciudad desde que recibe el pedido hasta llegar al lugar del hecho es de 12 minutos. Un periodista sospecha que el tiempo en realidad es mayor, porque se trata de una ciudad muy grande y nunca puede ser menor a 12 minutos. ¿Qué hipótesis nula y qué alternativa debe plantear?

a. H_0: $\mu = 0$ y Ha: $\mu = 12$
b. H_0: $\mu = 12$ y Ha: $\mu > 12$
c. H_0: $\mu = 0$ y Ha: $\mu \neq 0$
d. H_0: $\mu = 12$ y Ha: $\mu < 12$
e. H_0: $\mu = 12$ y Ha: $\mu \neq 12$

5. Ejercicio 4 continuación. El periodista obtiene el tiempo que tardaron las ambulancias en llegar al lugar del accidente utilizando los registros de 44 accidentes,. Si la media muestral obtenida fue de 18 minutos con un desvío de 8 minutos, ¿qué puede decirse de la afirmación del intendente?

a. El valor-p es menor a 0,00006 indicando una evidencia muy fuerte en contra de la afirmación del intendente.
b. El valor-p es 0,02 de manera que la evidencia en contra de lo afirmado por el intendente es significativa a nivel **α=0,05** pero no a nivel **α=0,01.**
c. El valor-p es 0,09 indicando alguna evidencia en contra de lo afirmado por el intendente.
d. El valor-p es 0,49 indicando ninguna evidencia en contra de lo afirmado por el intendente.

6. Se realizó un estudio para determinar si hay diferencias de opinión entre habitantes de ciudades chicas (con menos de 10.000 habitantes) y ciudades grandes (con más de 100.000 habitantes). De una muestra de 140 habitantes seleccionados de varias ciudades chicas se obtuvo que el 68 pensaban que el cambio climático va afectar fuertemente sus vidas en los próximos 20 años mientras que entre los 180 habitantes seleccionados de varias ciudades grandes fueron 95 los que tuvieron esa opinión. ¿Cuál de las siguientes hipótesis son las adecuadas en este estudio?

a. H_0: $p = 68/140$ y Ha: $p = 95/180$
b. H_0: $p_1 - p_2 = 68/140 - 95/180$ y Ha: $p_1 - p_2 < 68/140 \neq 95/180$
c. H_0: $p_1 - p_2 = 0$ y Ha: $p_1 - p_2 \neq 0$
d. H_0: $p_1 - p_2 = 0$ y Ha: $p_1 - p_2 < 0$

7. En relación a los datos del ejercicio 6.

a. El valor del estadístico del test es -2 por lo tanto el valor-p = 0,02275.
b. El valor del estadístico del test es muy cercano a -4 por lo tanto el valor-p es muy cercano a 0,00003 dando altísima evidencia que las proporciones entre ciudades grandes y chicas son diferentes.

c. El valor del estadístico del test es - 0,714. Por lo tanto el valor - p > 0,30. No hay suficiente evidencia para concluir que las opiniones difieren.

8. Realice una encuesta entre los profesores y alumnos de su escuela para saber si piensan que el cambio climático va afectar fuertemente sus vidas en los próximos 20 años. Compare mediante tests de hipótesis e intervalos de confianza las diferentes proporciones entre alumnos y profesores. Repita la comparación, pero esta vez entre varones y mujeres.

9. Indique si las afirmaciones son verdaderas o falsas.

a. Un valor-p grande muestra una alta evidencia en contra de la hipótesis nula.
b. Un tamaño de muestra grande compensa el sesgo porque se utiliza el Teorema Central del Límite para hallar la distribución del estadístico del test.
c. La hipótesis alternativa depende de los datos.
d. Si se rechaza la hipótesis nula a nivel **α=0,01** entonces también se la rechaza a nivel **α=0,05.**
e. Si se rechaza la hipótesis nula a nivel **α=0,05** entonces también se la rechaza a nivel **α=0,01.**