

# Capítulo 4

## El Descuento

### 4.1. Introducción

Existen documentos comerciales que implican promesas de pago futuro. Es decir, manifiestan el compromiso de una persona a pagarle a otra una determinada cantidad de dinero en un cierto plazo. Tal es el caso de los pagarés y las letras de cambio o giros bancarios, de las cuales se hará referencia explícita en el Capítulo 5.

La cantidad de dinero que expresa el documento se denomina *valor nominal*, y el plazo de pago es el *vencimiento* del documento. Si un individuo tiene en su poder un documento de un determinado valor nominal  $N$  cuyo vencimiento se operará en un futuro, y si lo quisiera transferir, vender o negociar antes de su vencimiento, seguramente no podrá hacerlo por el valor nominal  $N$ , sino por uno inferior, simplemente porque  $N$  representa un valor futuro.

Por ejemplo, una persona posee un pagaré por \$ 1.000 con vencimiento a 30 días, pero necesita efectivo para afrontar ciertos gastos. Quien acepte este pagaré a cambio de una cantidad  $E$  de dinero, asume que está prestando este efectivo a cambio de recibir \$ 1.000 en 30 días. Por lo tanto el efectivo  $E$  será seguramente menor que \$ 1.000, dado que cualquier préstamo supone interés. Así, los \$ 1.000 corresponderán al préstamo  $E$  más el interés.

La forma de calcular  $E$  es a través de una *actualización* del capital de \$ 1.000, asumiendo una determinada tasa de interés. Se dice que se ha realizado un **descuento** sobre el valor del documento.

### 4.2. Operación de descuento

En una operación financiera de descuento, existe un proceso de actualización de un capital disponible en un futuro. Por lo general, se trata de documentos con vencimiento: cheques diferidos, bonos, certificados de deuda, pagarés, etc., que poseen un determinado valor al momento de su vencimiento, pero que mientras tanto sólo son promesas de pago futuro.

El descuento puede verse como una operación financiera en la cual se presta una cantidad  $E$ , y al cabo de cierto tiempo  $t$  se devuelve el valor  $N$ . La cantidad  $N - E$  es el interés cobrado en la operación y, por lo tanto, se tiene que el descuento y el interés, como cantidades de dinero, son las mismas.

### Ejemplo 4.1

Considérense las siguientes situaciones:

- $A$  le presta a  $B$  la suma de \$ 80, a cambio de que  $B$  le devuelva al mes \$ 100.
- $B$  posee un pagaré por \$ 100 con vencimiento en un mes.  $A$  le canjea este documento a  $B$  por \$ 80.

El caso a) se considera una operación en la que se cobra un interés por un préstamo, y el caso b) se dice que es una operación en la que se realiza un descuento. Sin embargo, en ambos casos la operación financiera, desde el punto de vista del flujo de dinero, es la misma:  $A$  le entrega \$ 80 a  $B$  y recibe \$ 100 al mes, es decir que ha cobrado \$ 20 de interés. Por ello, no debe perderse de vista que toda operación de descuento puede verse como una operación financiera en la que hay un capital inicial, un capital final y un interés.

La característica de una operación de descuento es que ésta se realiza sobre un documento que es promesa de pago futuro. Debe notarse que, si bien el documento está disponible al momento de hacer la operación, su valor nominal estará disponible más adelante. Asimismo, aparentemente el descuento se realiza al comienzo de la operación, pero la realidad es que el valor que se descuenta estará disponible al final de la operación, en el momento en que el documento puede ser cobrado. Así, en el Ejemplo 4.1 b), hay un descuento de \$ 20, sin embargo, estarán disponibles para  $A$  al momento del vencimiento del pagaré y no al momento de hacer el descuento.

Algunos de los elementos intervinientes en una operación de descuento son:

1.  $N$ : **Valor Nominal** del documento sobre el cual se producirá un descuento, es decir, lo que valdrá el documento al momento de su vencimiento. Este capital estará disponible en un tiempo  $t$ , que es el tiempo de duración de la operación financiera.
2.  $E$ : **Valor efectivo**, o valor actual, o valor presente de dicho documento.
3.  $r$ : **Tasa de interés** que rige la operación, bajo la cual se calcula el valor presente del documento.
4.  $D$ : **Descuento**, cantidad descontada sobre este documento.
5.  $t$ : **Tiempo** de duración de la operación.

La relación entre estos elementos es

$$D = N - E \quad N = E \cdot (1 + r)^t \quad E = N \cdot \frac{1}{(1 + r)^t}$$

Dado que  $N$  es un valor disponible en un futuro, se dice que  $E$  es el *valor presente* o *valor actual* de  $N$ . Asimismo, el factor  $\frac{1}{(1+r)^t}$  se dice *factor de actualización*, y  $(1 + r)^t$  es el *factor de capitalización*.

Se utilizará también la notación simplificada  $u = (1 + r)$  y  $v = \frac{1}{1 + r} = \frac{1}{u}$ .

### 4.2.1. Tasa de descuento

Si bien en una operación de descuento, el interés y el descuento se refieren a una misma cantidad, no ocurre esto con la tasa de interés y la tasa de descuento.

La tasa de interés se calcula con respecto al capital inicial, es decir, con respecto al valor efectivo del documento. En cambio, la tasa de descuento es con respecto al capital final o valor nominal del documento.

**La tasa de descuento  $d$  es el descuento producido sobre un valor nominal unitario en una unidad de tiempo.**

#### Definición 4.1

Es decir, dado un documento con valor nominal  $N$ , la tasa de descuento es el descuento que se realiza sobre dicho documento por unidad de capital en una unidad de tiempo. Así, si el vencimiento de  $N$  es en una unidad de tiempo ( $t = 1$ ), las fórmulas para el cálculo de  $d$  y de la tasa de interés  $r$  son:

$$d = \frac{N - E}{N} = \frac{D}{N} \quad \text{y} \quad r = \frac{N - E}{E} = \frac{D}{E}$$

A su vez, usando que  $N = Eu$  y que  $E = N\nu$ , se obtienen las siguientes relaciones entre  $r$  y  $d$ :

$$\begin{aligned} d &= \frac{D}{N} = \frac{D}{Eu} = \frac{D}{E} \frac{1}{u} = \frac{r}{u} = \nu r \\ &= \frac{N - N\nu}{N} = 1 - \nu \end{aligned}$$

Así,  $d$  es en términos de  $r$ :

$$d = \frac{r}{1 + r} = \nu r \quad \text{y} \quad d = 1 - \nu$$

De estas fórmulas podemos despejar  $r$  en función de  $d$  para obtener:

$$r = \frac{d}{1 - d} \quad \text{y} \quad r = u d$$

En particular, como  $u > 1$ , se deduce que la tasa de descuento es menor que la tasa de interés:  $d < r$ .

El gráfico 4.1 ilustra la operación de descuento tomando como unidad de tiempo la duración de la misma.

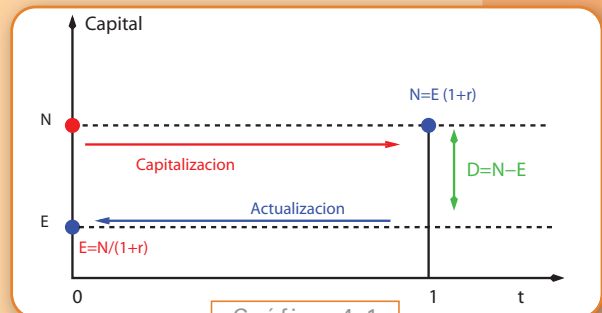


Gráfico 4.1

## 4.3. El descuento compuesto

Dada una tasa de descuento, el valor efectivo obtenido por un documento depende del tipo de descuento aplicado. El más frecuente es el tipo de descuento compuesto, que de manera análoga al interés compuesto, se aplica sucesivamente en cada período de tiempo. Así, dada una tasa de descuento  $d$ , un documento con valor nominal  $N$  y vencimiento en  $n$  períodos de tiempo, los sucesivos valores descontados serán:

$$N, \quad N(1 - d), \quad N(1 - d)^2, \quad \dots \quad N(1 - d)^n,$$

siendo  $N(1 - d)^n$  el valor efectivo obtenido por el documento.

### Ejemplo 4.2

Dada una tasa de descuento mensual del 5 %, el valor efectivo por un pagaré de valor nominal \$ 3.500 será de:

\$ 3.325 un mes antes de su vencimiento:  $3.500 (1 - 0,05) = 3.500 \cdot 0,95 = 3.325$

\$ 3.158,75 dos meses antes de su vencimiento:  $3.500 (1 - 0,05)^2 = 3.500 \cdot 0,95^2 = 3.158,75$

\$ 2.708,23 cinco meses antes de su vencimiento:  $3.500 (1 - 0,05)^5 = 3.500 \cdot 0,95^5 = 2.708,23$

### 4.3.1. Tasa nominal de descuento

De manera análoga a la definición de Tasa Nominal Anual de Interés, se define también la Tasa Nominal Anual de Descuento (TNAD). Dada una tasa de descuento  $d$ , se define la tasa nominal anual a la tasa proporcional anual:

$$\text{Tasa Nominal Anual de Descuento} = d^{(m)} = m d$$

donde  $m$  es el número de veces en que la unidad de tiempo, a la cual se refiere  $d$ , está contenida en el año.

Lo usual es que se enuncie la tasa nominal de descuento, y se calcule la tasa real de descuento mediante la fórmula:

$$d = \frac{d^{(m)}}{m}$$

Dada la tasa real de descuento, el valor efectivo obtenido por un documento de valor nominal  $N$  y vencimiento  $t$  se calcula como:

$$E = N (1 - d)^t$$

y en consecuencia el descuento es  $D = N (1 - (1 - d)^t)$ .

### Ejemplo 4.3

La empresa EMPRE S.A. decide descontar un cheque por un importe de \$ 90.000 que vence dentro de 45 días en una institución que ofrece una TNAD con capitalización a 60 días del 24%.

En este caso, tenemos que la unidad de tiempo de la operación de descuento es de 60 días, y el período de la operación es de 45 días. Así,  $m = 6$ ,  $TNAD = d^{(6)} = 0,24$ , y la tasa real de descuento es  $d = \frac{0,24}{6} = 0,04$ . El plazo de la operación expresado en esta unidad de tiempo es  $t = 45/60 = 0,75$ . Por lo tanto, el valor efectivo obtenido por el descuento al cheque es:

$$E = 90.000 (1 - 0,24)^{0,75} = 90.000 (0,76)^{0,75} = 73.257,6029$$

El descuento efectuado sobre el cheque es de \$ 16.742,3971

Una institución enuncia una tasa nominal de descuento del 60% anual con capitalización semestral. Si se descuenta en dicha institución un pagaré de \$ 1.000, 6 meses antes de su vencimiento, ¿Cuál es el valor efectivo obtenido en dicha operación?

#### Ejemplo 4.4

**Solución.** Dado que el plazo de la operación es de 6 meses, la tasa de descuento a aplicar es  $d = 0,6 / 2 = 0,3$  semestral. El descuento es:

$$D = \$ 1.000 \times 0,30 = \$ 300$$

y por lo tanto el valor efectivo es  $E = N - D = \$ 700$

La tasa de interés de la operación se calcula en relación al valor efectivo, es decir:

$$r = \frac{300}{700} = 0,4286 \text{ semestral}$$

que también se puede calcular a partir de  $d$  por la fórmula  $r = \frac{d}{1-d}$ .

Así, se cumple que  $E = \$ 1.000 (1 + 0,4286)^{-1} = 700$ .

### 4.3.2. Tasas de descuento equivalentes

Dos tasas de descuento se dicen equivalentes si producen un mismo descuento sobre un mismo capital en una misma unidad de tiempo.

El símbolo  $d_{(m)}$  denotará la tasa de descuento equivalente a  $d$ , asociada a  $m$  unidades de tiempo a las que corresponde  $d$ . Por ejemplo, si  $d$  es una tasa de descuento mensual, entonces  $d_{(12)}$  es la tasa de descuento equivalente anual.

La relación entre la tasa de descuento  $d$  y su equivalente  $d_{(m)}$  está dada por:

$$d_{(m)} = 1 - (1 - d)^m$$

En un banco se ha efectuado el descuento de un documento de \$ 4.000, 30 días antes de su vencimiento, siendo la tasa nominal anual de descuento de 1,8% con capitalización mensual. Calcular: el valor efectivo, la tasa de descuento, la tasa de interés de la operación, la tasa de interés equivalente anual y la tasa de descuento equivalente anual.

#### Ejemplo 4.5

**Solución:** Puesto que el mes financiero es de 30 días, se tiene que  $m = 12$  y la tasa nominal es  $d^{(12)} = 1,8\%$  anual. El valor nominal del documento es  $N = \$ 4.000$ . La tasa de descuento aplicada es:

$$d = \frac{d^{(12)}}{12} = \frac{1,8\%}{12} = 0,15\% \text{ para 30 días.}$$

La tasa de interés de la operación es:

$$r = \frac{d}{1 - d} = \frac{0,0015}{0,9985} = 0,001502 = 0,1502\% \text{ para 30 días.}$$

El valor efectivo es  $E = N(1 - d) = \$ 4.000 \times 0,9985 = \$ 3.994$

La tasa de interés equivalente anual y la tasa de descuento equivalente anual están dadas por:

$$r_{(12)} = (1 + r)^{12} - 1 = (1,001502)^{12} - 1 = 1,81\%$$

y

$$d_{(12)} = 1 - (1 - d)^{12} = 1,78\%.$$

También puede aplicarse la fórmula  $d_{(12)} = \frac{r_{(12)}}{1 + r_{(12)}} = \frac{0,0181}{1,0181} = 0,0178 = 1,78\%$

## 4.4. Otros tipos de descuento

Existen otros métodos para calcular el descuento sobre un documento. En particular, analizaremos los siguientes:

- el descuento simple comercial, y
- el descuento racional o matemático.

### 4.4.1. El descuento simple comercial

Consiste en descontar del documento una cantidad proporcional al tiempo que falta para su vencimiento. La constante de proporcionalidad es la tasa de descuento correspondiente. Así, dada una tasa de descuento  $d$ , el valor efectivo de un documento con valor nominal  $N$  se calcula como

$$E = N(1 - dt)$$

donde  $t$  es el tiempo que falta para el vencimiento del documento.

#### Ejemplo 4.6

El valor efectivo de una letra de cambio de \$ 1.000 de valor nominal, descontado por una entidad financiera que aplica un descuento simple del 10% anual está dado por:

$$E = 1.000(1 - 0,1t)$$

donde  $t$  es el tiempo expresado en años. Por lo tanto, si la letra se descuenta un mes antes de su vencimiento, el valor efectivo será:

$$E = 1.000 \left( 1 - 0,1 \frac{1}{12} \right) = \$ 991,67$$

si se descuenta 6 meses antes de su vencimiento será:

$$E = 1.000 \left( 1 - 0,1 \frac{1}{2} \right) = \$ 950$$

y un año y medio antes de su vencimiento será:

$$E = 1.000 (1 - 0,1 \cdot 1,5) = \$ 850.$$

La desventaja de este tipo de descuento es que para valores de  $t$  mayores que  $d^{-1}$  el descuento es mayor que el valor nominal  $N$ . En otras palabras, al negociar el documento no se obtendría dinero a cambio sino que habría que pagar por él.

En el Ejemplo 4.6, si el documento se descuenta 10 años antes ( $t = 10$ ) se obtiene un valor efectivo nulo,  $E = 0$ , y por más de 10 años el valor efectivo es negativo.

Un documento de \$ 100.000 que vence a los 180 días es descontado en una institución bancaria que cobra un 15% anual de descuento del tipo simple comercial. ¿Cuál es el descuento que sufre el titular y cuánto recibe en efectivo?

#### Ejemplo 4.7

**Solución.** Lo que recibe el titular es el valor efectivo del documento luego de aplicarse el descuento. La unidad de tiempo es el año, por lo que el plazo de la operación es  $t = 180/360 = 0,5$ . Dado que se aplica un tipo de descuento simple comercial, este valor es

$$E = 100.000 \cdot (1 - 0,15 \cdot 0,5) = \$ 92.500$$

por lo que el descuento efectuado sobre el valor nominal es de \$ 7.500.

### 4.4.2. Descuento simple racional

Este tipo de descuento evita la situación de tener un valor efectivo negativo. El valor efectivo  $E$  sobre un valor nominal  $N$  con vencimiento  $t$  para una tasa de descuento  $d$  está dada por:

$$E = \frac{N}{1 + dt}$$

De esta manera se tiene que  $N = E/(1 + dt)$ , es decir que el valor de  $E$  se calcula como el capital que debe depositarse durante un tiempo  $t$  a una tasa de interés simple  $d$  para que su valor final sea  $N$ .

El valor efectivo  $E$  se obtiene del cociente entre el valor nominal del documento y una expresión positiva:  $1 + dt$ . Por lo tanto,  $E$  no puede ser nulo ni negativo.

Además, de la fórmula de diferencias de cuadrados:

$$(1 + dt)(1 - dt) = 1 - (dt)^2$$

Y, observando que  $1 - (dt)^2 < 1$  y  $1 + dt > 0$ , se sigue que  $1 - dt < \frac{1}{1 + dt}$ . Por lo tanto,

$$\frac{N}{1 + dt} \geq N \cdot (1 - dt)$$

Esto implica que el valor efectivo que se obtiene según el descuento racional es siempre mayor que en el descuento simple.

Asimismo, se puede calcular que el valor efectivo que se obtiene al tiempo  $t = 1/d$  antes del vencimiento es

$$E = \frac{N}{1 + d \frac{1}{d}} = \frac{N}{2}$$

Esto es, el valor efectivo es la mitad del valor nominal, mientras que para el descuento simple comercial el descuento es por todo el documento.

El gráfico 4.2 ilustra la comparación, para una misma tasa de descuento  $d$ , entre el valor efectivo que se obtiene según el descuento simple comercial y el descuento racional o matemático.

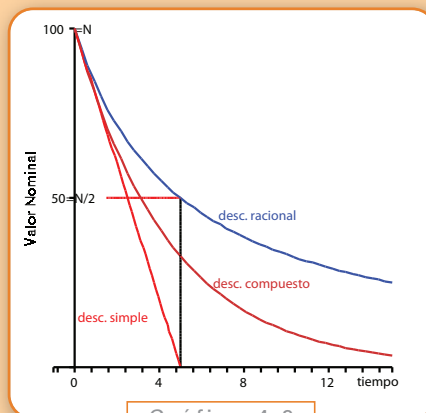


Gráfico 4.2

## 4.5. Ejercicios

### Ejercicio 4.1

Una letra de cambio está firmada por \$ 2.730 con vencimiento para el 22 de octubre. El tenedor de la misma desea hacerla efectiva el 4 de septiembre del mismo año y acude a un banco que le cobra una tasa mensual de descuento del 2 %. Determinar el valor descontado que recibirá por la letra de cambio y el descuento que le hace el banco suponiendo: a) Descuento racional b) Descuento comercial.

### Ejercicio 4.2

Se realiza el descuento de un documento cuyo valor nominal es de \$ 10.752,16. Sabiendo que el documento vence dentro de 90 días y la tasa nominal anual de descuento es del 27%, calcular:

1. el valor efectivo a cobrar,
2. la tasa de interés equivalente anual y la tasa de descuento anual.
3. ¿Cuál debería haber sido el valor nominal de descuento, para obtener el mismo valor efectivo con una tasa nominal anual del 23%?



**Un documento tiene un valor efectivo de \$ 890 si se lo descuenta 78 días antes de su vencimiento a una tasa del 8,1% trimestral simple. Calcular cuál es el valor nominal para ambos tipos de descuento: comercial y racional.**

**Ejercicio 4.3**

**Si se aplica descuento racional a un cheque diferido 8 meses antes del vencimiento, se deberá descontar una sexta parte del valor nominal del mismo. Determinar la tasa anual de descuento.**

**Ejercicio 4.4**

