

Capítulo 1

Introducción: Un poco de historia

Cada vez que tomamos una decisión económica estamos usando herramientas de la matemática aunque, muchas veces, nos cueste darnos cuenta. Muchas personas toman buenas decisiones, basadas en una gran experiencia, que incluye éxitos y fracasos. La matemática pone a nuestra disposición técnicas y métodos para resolver todo tipo de problemas, y en particular los económicos. Su estudio nos provee un camino más corto para aprender a tomar las mejores decisiones y saber justificarlas.

En este libro trataremos diversos aspectos de la matemática relacionados con la resolución de problemas financieros.

El origen de la matemática financiera se debe rastrear hasta los albores de la civilización. Podemos notar que, a lo largo del tiempo, el desarrollo de nuevas herramientas matemáticas ha guardado una estrecha relación con el surgimiento de operaciones financieras cada vez más sofisticadas.

En el capítulo 3 estudiaremos la noción de interés. Desde un punto de vista histórico, observamos que este concepto ha estado presente en toda sociedad que haya desarrollado, aunque sea mínimamente, su comercio. Por ejemplo, si nos remontamos a la civilización sumeria asentada en la parte sur de la antigua Mesopotamia, considerada la primer y más antigua civilización del mundo, vemos que, ya en el tercer milenio AC, tuvo una importante actividad comercial. Esto ocurrió a la par que desarrollaban un avanzado sistema de numeración: el posicional de base 60. Este sistema, que también se conoce como sexagesimal, perdura hoy en la medición de ángulos o de tiempo como tributo a los avances sumerios en astronomía.

Dicho sistema, permitió a los sumerios realizar con agilidad las operaciones aritméticas necesarias para el comercio, como por ejemplo, el cambio de monedas, que estaba basado en los porcentajes de las aleaciones de oro y plata que cada una poseía.

En Babilonia hace cuatro mil años, ya era usual prestar a interés. Por ejemplo: en el Código de Hammurabi (alrededor de 1850 AC) se encuentra tallada en piedra la siguiente ley:

“Si un mercader ha hecho un préstamo de grano o plata, por el grano tomará un *panu* y cuatro *sutu* por cada *kur*. Si hizo un préstamo de plata tomará un sexto de *shekel* y seis *granos* por cada *shekel*.”

Aunque para nosotros estos términos sean tan lejanos como el tiempo en que fueron escritos, se puede desentrañar su significado. Según el historiador Roth, esto correspon-

de a una tasa del 33% en el primer caso y 20% en el segundo. Notemos que la noción de tiempo no estaba explicitada en la ley. Esta falencia era aprovechada, a veces, para hacer usura, ya que podían cobrar un interés bajo y luego reclamar la devolución del préstamo en un lapso corto. En el capítulo 8 veremos formas actuales de producir una tasa de interés efectiva mayor que la tasa publicitada.

De la lectura de la Biblia, sabemos que los israelitas tenían prohibido prestarse entre sí a interés. Más adelante, el cristianismo retoma esta prohibición. Santo Tomás de Aquino argumenta contra el interés porque dice que: “sólo Dios dispone del tiempo”. A partir de dicho argumento, podemos notar que se introduce la noción de tiempo en el cálculo de intereses.

En la civilización griega, la mayoría de los grandes pensadores consideraban indignas las aplicaciones de las matemáticas a los problemas cotidianos (comerciales). Aristóteles en su obra “Politika” toma una posición contraria al comercio, porque lo considera una actividad para ganar a costa de los demás. También está en contra del interés, porque el hecho de que el dinero se reproduzca por sí sola, le parece una aberración. En concordancia con esto, hebreos, romanos y griegos desarrollaron un sistema numérico en el cual era muy difícil efectuar la multiplicación, con lo cual se volvía muy engorroso hacer, por ejemplo, una conversión de monedas o un cálculo de interés.

En el capítulo 3 veremos cómo los economistas ingleses, desde hace ya dos siglos, justifican el cobro de interés.

En el último capítulo veremos que el mecanismo usado por Tales (ver recuadro), es el principio de los derivados. Estos instrumentos permiten a unos, asegurarse de no tener grandes pérdidas, y a otros tener la posibilidad de obtener grandes ganancias con un pequeño capital.

Aristóteles, en la misma obra citada anteriormente, cuenta una anécdota muy interesante sobre Tales de Mileto, al que conocemos por su famoso teorema de geometría. Dice que los vecinos de Tales se burlaban de él y opinaban que la filosofía (en esa época la matemática era una rama de ella) no servía para nada, ya que él no era rico. Para darles una lección, usó su habilidad en astronomía y al observar que era muy probable que hubiera una buena cosecha de aceitunas el siguiente año. Esto le daba un dato importante, pero él no poseía un capital suficiente para comprar un olivar. ¿Cómo hizo entonces para aprovechar la situación? Con su escaso capital dejó las señas necesarias para alquilar todos los molinos de la zona de Chios y Mileto. Cuando la gran cosecha llegó, los dueños de los olivares debieron alquilarle a él los molinos, y Tales pudo cobrar lo que se le antojó y hacer una buena ganancia.

El comercio se desarrolla muy lentamente durante la edad media, hasta que hace 800 años Leonardo de Pisa, más conocido como Fibonacci, introduce en Italia la numeración decimal que aprendió de los árabes que, a su vez, la obtuvieron de los hindúes. Esta es posicional y, a diferencia de la babilónica, es en base diez y posee una notación especial para el cero. Es la que usamos actualmente.

En su obra “Liber Abaci” (1202) Fibonacci resume toda la matemática conocida por los árabes e hindúes, muestra el uso de la nueva notación, que es adoptada paulatinamente debido a sus ventajas de cálculo.

Paralelamente, comienzan a funcionar los antepasados de los bancos europeos. En Italia era común que alguien con capital para prestar se ubicara en un banco de plaza (banca)

y allí hiciera sus negocios. De allí deriva el nombre que damos actualmente a las instituciones bancarias. Así, en el siglo XIII se retoma el desarrollo de la matemática financiera, estancado durante más de mil años desde los tiempos del imperio romano. En este período se crean las tablas para el cálculo del interés compuesto.

El gran avance siguiente es el desarrollo de las tablas de logaritmos, que permitieron realizar cálculos más precisos y rápidos para obtener una raíz enésima o una dividir entre números con muchas cifras decimales. Esto último fue de suma utilidad para el desarrollo de la astronomía de esa época, y luego se extiende a todas las ramas de la matemática que necesitaban resolver ecuaciones con precisión. En particular, en matemática financiera permitirá resolver las ecuaciones planteadas para encontrar las tasas de interés reales de un negocio, en tiempos que no se disponía ni siquiera la idea de lo que sería una calculadora.

Con el advenimiento del cálculo infinitesimal en el Siglo XVII se hace posible la capitalización continua. Es entonces que Bernoulli descubre el número e que es la cantidad que deberíamos recibir al cabo de un año si depositáramos un peso a una tasa del 100% anual, y ésta se capitalizara continuamente (ver capítulo 11).

También en el Siglo XVII, nace la estadística. Con ella, aparecen las tasas de mortalidad y se posibilita el desarrollo de las compañías aseguradoras. La idea es sencilla: si sabemos que la tasa de mortalidad es un 2%, y se destina un 2% de los ingresos a un fondo de compensación a los deudos de quien fallezca, ninguna familia debería perder el sustento de un día para otro. De igual manera, si se transporta mercadería y se sabe que alrededor de un 5% no llega a destino, se puede formar un fondo común donde cada comerciante aporta el equivalente al 5% de la mercancía enviada, y con éste se protege a quienes sufran la pérdida.

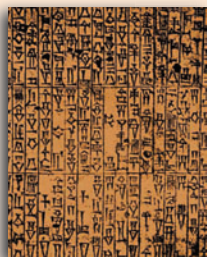
El cálculo de probabilidades está en la base de la matemática financiera moderna. Se considera su fecha de nacimiento el 1900, cuando el matemático francés Louis Bachelier presenta su tesis doctoral: *Sobre la especulación financiera*, en la que muestra un modelo matemático para la cotización de acciones en bolsa. En dicha tesis, observa la similitud entre los movimientos de la cotización de las acciones y de una partícula de polen flotando en el aire, u otro medio, fenómeno que había sido observado por el botánico Robert Brown. Este se llamó movimiento browniano en su honor, y fue llevado a la fama en 1905 por Albert Einstein en su tesis de doctorado para la Universidad de Zurich.

En 1945, el matemático japonés Kiyoshi Ito desarrolla un análogo del cálculo diferencial aplicable a funciones de las cuales sólo se conoce la probabilidad de que tomen distintos valores. Esta área se llama cálculo estocástico, y en 2006 ganó el premio Gauss por su desarrollo. Esta es una herramienta imprescindible para la toma de decisiones en un contexto de incertidumbre donde sólo se tiene como dato la probabilidad de que algo suceda.

El siguiente gran paso se produce durante los años setenta cuando Fisher Black, Myron Scholes y Robert Merton desarrollan técnicas para decidir el valor justo que le corresponde a ciertos instrumentos financieros llamados derivados. Por esta labor, los dos últimos recibieron el Premio Nobel de economía en 1997 cuando F. Black ya había muerto. Sus desarrollos posibilitaron la multiplicación de las operaciones realizadas.

Esto causó una explosión en los mercados de valores. Un caso particular de estos derivados son las opciones de compra o venta, que serán tratadas en el último capítulo.

El costado negativo de estos avances es la propensión a generar nuevos mecanismos de inversión que, en caso de fallar la regulación o el control de los gobiernos, pueden producir una crisis de magnitud nunca vista como la de 2008 que comenzó con el otorgamiento masivo de créditos hipotecarios con escasa garantía en un momento en que las tasas de interés estaban en su mínimo histórico. Al subir éstas bruscamente, se desató la crisis.



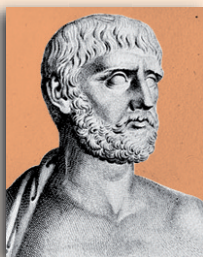
1760 AC

La civilización sumeria produce el Código Hammurabi.



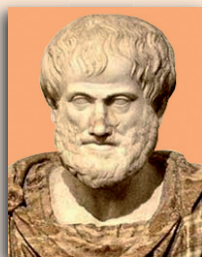
1447 AC

Éxodo del pueblo hebreo.



625-545 AC

Tales de Mileto.



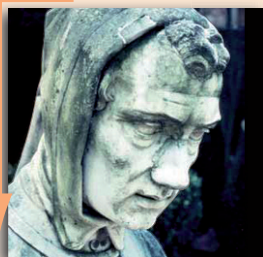
384-322 AC

Aristóteles escribe su obra Politika.



Año 0

Nacimiento de Jesús en Nazareth bajo el imperio romano.



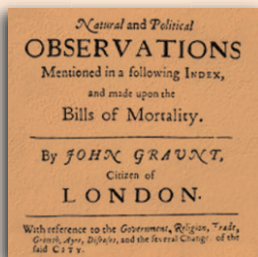
1170 - 1250

Fibonacci publica Liber Abaci.



1550 - 1617

J. Napier publica Mirifici Logarithmorum Canonis Descriptio.



1620 - 1674

J. Graunt publica Natural and political observations made upon the bills of mortality.



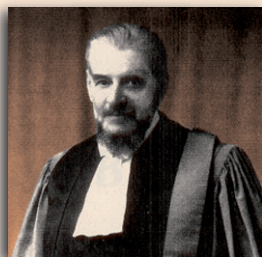
1654 - 1705

J. Bernoulli descubre el número e



1643 - 1727

I. Newton publica su Principia Mathematica.



1870 - 1946

L. Bachelier publica su tesis Théorie de la spéculation.



1915 - 2008

K. Ito desarrolla el cálculo estocástico.



1973

R. Merton, F. Black y M. Scholes producen una fórmula para valorar opciones.