

02

Los Poliedros

Segundo Ciclo, Tercer Año

Asignatura	Tema	Libro Asociado
Matemática	Poliedros	<u>Las Geometrías</u>



Material elaborado por el Instituto Nacional de Educación Tecnológica, Ministerio de Educación de la Nación.

Autora: Prof. Ing. Haydee Noceti.

Diseño Gráfico: Carolina Macedra y Federico Timerman.

www.inet.edu.ar

Orientaciones para el/la docente

Una forma de enseñanza de la Geometría El modelo de van Hiele

Este método de enseñanza y de aprendizaje, creado por el matrimonio holandés Dina y Pierre van Hiele se basa fundamentalmente en la evolución de los niveles de razonamiento geométrico que se producen en los/as estudiantes durante el aprendizaje.

El modelo considera cinco niveles de pensamiento y conocimiento consecutivos para cada temática de aprendizaje. El paso de un nivel a otro se hace solamente cuando se ha alcanzado el nivel anterior.

Los niveles son:

- 0) Visualización o reconocimiento.
- 1) Análisis.
- 2) Ordenación o clasificación.
- 3) Deducción formal.
- 4) Rigor.

El último nivel (rigor) corresponde a alumnos/os de nivel superior y/o universitario, por lo tanto, no se considera para el nivel secundario.

La metodología tiene como teoría subyacente el constructivismo de Ausubel. Esta teoría se fundamenta en el "aprendizaje significativo" y esto implica un aprendizaje contextualizado, el conocimiento de los "saberes previos" y apoyarse en el desarrollo cognitivo del / de la estudiante.

Basándose en esta premisa de la teoría de Ausubel es que el modelo van Hiele establece que no se puede pasar al nivel siguiente si no se ha aprendido el nivel anterior, por cada contenido de aprendizaje. Por ello, este tipo de aprendizaje no se basa en las edades de los/as aprendices, sino en el conocimiento previo que tiene cada uno y en su propio desarrollo cognitivo.

"El factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe. Averígüese esto y enséñese consecuentemente" (Ausubel, 1983).

La **teoría del aprendizaje significativo** tiene como idea fundamental que el aprendizaje debe ser significativo y para ello, toda la información nueva para el/la alumno/a debe poder integrarse en sus conocimientos previos

Para el adecuado aprendizaje de la geometría es necesario tener en cuenta dos aspectos importantes: el **lenguaje empleado**, que debe estar en consonancia con los niveles de conocimientos previos del alumnado, y el **significado de los contenidos**, que debe ser el adecuado a su actual nivel de razonamiento, ya que en caso contrario no podrán integrarlos en su estructura cognitiva.

Desarrollo de cada nivel

Nivel 0. Visualización o reconocimiento

En esta etapa, la observación constituye el primer contacto con el saber geométrico que se está tratando. El contacto es global: color, forma, material, vinculación con un nombre...

Nivel 1. Análisis

En este nivel los/as estudiantes deben reconocer y describir las propiedades elementales de los elementos geométricos que se están estudiando.

Nivel 2. Ordenación o clasificación

El/la estudiante continúa su aprendizaje basándose en manipulaciones y visualizaciones, pero ya comprende que determinadas propiedades se pueden deducir de otras previamente conocidas.

Nivel 3. Deducción formal

En este nivel, los/as alumnos/as pueden realizar demostraciones y emitir definiciones precisas.

Nivel 4. Rigor

Se comprenden las definiciones y relaciones entre los diferentes sistemas axiomáticos. Se trabaja la geometría en forma abstracta sin usar elementos concretos.

El modelo van Hiele para el "aprendizaje de la geometría" también considera los pasos que debe cumplir el/la docente para que los/as aprendices alcancen cada nivel y puedan pasar al nivel superior. Son las denominadas fases.

Desarrollo de las fases

El método establece cinco fases.

Fase 1: Discernimiento o información

En esta fase el/la profesor/a informa a sus alumnos/as el tema que van a desarrollar, qué tipo de ejercicios y problemas trabajarán, materiales / software que usarán y explora en los conocimientos previos que se requieren para el abordaje de la nueva temática. Se le da importancia al vocabulario que tiene el alumno para poder acceder al aprendizaje.

Fase 2: Orientación dirigida

Las actividades serán organizadas de forma gradual para que el/la alumno/a pueda pasar al nivel siguiente. Lo importante es que comprendan, descubran los conceptos y las propiedades de los elementos geométricos que están estudiando.

Fase 3: Explicitación

El/la estudiante estructura y explica sus experiencias y los resultados obtenidos en dichas experiencias. Una cuestión importante es que los/as estudiantes aprendan el nuevo vocabulario que conlleva el aprendizaje que están realizando.

Fase 4: Orientación libre

En esta fase el/la docente plantea actividades para que los/as alumnos/as apliquen los contenidos y el lenguaje que han adquirido. Como actividad se le puede plantear un problema abierto para que

pueda ser abordado desde distintas ópticas y con soluciones diferentes. A veces este problema se plantea al comienzo y todas las actividades anteriores se las hace girar en torno a él.

Fase 5: Integración

En esta fase las actividades planteadas serán de integración de todos los conceptos y propiedades estudiadas. Es un buen momento para la evaluación del aprendizaje y para reforzar los saberes en aquellos alumnos/as que hubiesen mostrado dificultades.

Actividades para los/as estudiantes

Buscando Poliedros

CURSO

Depende del currículo de cada provincia.

TEMPORALIZACIÓN

A consideración de cada profesor/a.

MODALIDAD

Estas actividades pueden realizarse en forma presencial o a distancia. Si las realiza a distancia, puede hacerlo mediante *Google Classroom 2020*. Puede obtener información sobre su aplicación en: <https://www.youtube.com/playlist?list=PLclJ8nSI2c7KrzlQ3kkHARAvyWgFe9g1v>

RECURSOS

Software: *GeoGebra*, *Kahoot*, *Word*, *Editor de ecuaciones del Word* (constituye una herramienta digital que facilita a los/as docentes y a los/as estudiantes escribir en lenguaje matemático), *Power Point* o un software para la realización de Infografías. WhatsApp.

CAPACIDADES INVOLUCRADAS

Una de las cuestiones que se debe considerar al momento de planificar actividades para el aprendizaje de los/as estudiantes es el tener bien claras las capacidades que se quiere que los/as alumnos/as logren.

En este caso, las capacidades son:

- 1) Habilidades de percepción visual: identificar y reconocer formas tridimensionales. Identificar y reconocer propiedades de formas tridimensionales.
- 2) Habilidades básicas para la comunicación gráfica: representar en el plano (bidimensional) figuras tridimensionales
- 3) Habilidades de estructuración: reconocer y reconstruir un objeto a partir de sus elementos básicos constituyentes.
- 4) Desarrollo de destrezas mentales: intuición espacial. Integración de la visualización con la conceptualización.
- 5) Integración de la manipulación y experimentación con la deducción.

Para el logro de estas habilidades se utiliza el modelo de van Hiele, a través del planteo y desarrollo de una situación problema

SITUACIÓN PROBLEMA

El Municipio de una localidad ha decidido limpiar y pintar las fachadas de los edificios que se encuentran alrededor de una plaza, cuya imagen se adjunta (si la situación lo permite se podría plantear la realidad del Municipio de la localidad donde habitan los/as alumnos/as).

Además, ha dispuesto que en la plaza se destine un espacio científico-tecnológico interactivo. Las autoridades del Municipio recurren a la escuela técnica cercana para que, de ser posible, preste su colaboración.

El Departamento de Ciencias propone que, en el espacio científico-tecnológico, se incluyan modelos poliédricos contruidos con barras articuladas. Por otra parte, el Municipio pone una limitación para los objetos que se ubiquen en la plaza. El volumen de cada uno tiene que ser mayor a $0,175 \text{ m}^3$ y menor de $0,65 \text{ m}^3$.

El desarrollo del proyecto se hará mientras se efectúe la enseñanza y el aprendizaje de la temática: "Poliedros".



Nivel 0: Visualización o reconocimiento.

Objetivo

Observar formas geométricas en edificios y estructuras.

Desarrollo de la actividad

Observación de cuerpos geométricos. Percepción por la forma. Los/as alumnos/as se organizan en dos equipos: Equipo A y Equipo B. El/la docente informa a los/as estudiantes/as la temática y los objetivos de la clase.

Actividad 1

Se le solicita a cada equipo que:

1. Prepare una infografía o una diapositiva en Power Point con imágenes de diferentes edificios y estructuras obtenidos a través de Internet (a modo de ejemplo, se exponen al final de las consignas modelos sobre la temática requerida)
2. Una vez realizado el trabajo anterior, cada equipo debe rearmar la presentación del siguiente modo: agrupar los edificios y las estructuras según su forma. A cada grupo de edificios y/o estructuras le pondrán un nombre que los identifique a criterio del equipo.
3. En una segunda agrupación, en otra presentación agrupar los edificios y/o estructuras según terminen en punta, en un plano o no tengan ninguna de esas características.

Actividad 2. Comenzamos a armar modelos

Equipo A recibe la siguiente consigna:

Mediante el uso del programa *GeoGebra* realicen las siguientes tareas:

- 1) A partir de un cuadrado, un hexágono y un octógono, dibujen para cada caso un prisma recto y uno oblicuo.
- 2) Guarden cada uno de los trabajos en archivo con extensión *ggb*. Se usarán más adelante.
- 3) Realicen una captura de pantalla o guarden en *jpg* cada uno de los casos.
- 4) Contar, en cada caso, los polígonos que se forman similares al que dio origen al prisma, incluir a este. A estos polígonos se los denomina **bases**.
- 5) Contar la cantidad de polígonos que aparecen en cada caso, fuera de los anteriores. A estos polígonos se los denomina **caras laterales**.
- 6) Con los valores encontrados completa la siguiente tabla:

Polígono origen del prisma	Cantidad de polígonos de la base del prisma	Cantidad de polígonos: caras laterales del prisma
Cuadrado		
Hexágono		
Octógono		

Equipo B recibe la siguiente consigna:

Mediante el uso del programa *GeoGebra* realicen las siguientes tareas:

- 1) A partir de un pentágono, un heptágono y un eneágono, dibujen para cada caso una pirámide recta y una oblicua.
- 2) Guarden cada uno de los trabajos en archivo con extensión *ggb*. Se usarán más adelante.
- 3) Realicen una captura de pantalla o guarden en *jpg* cada uno de los casos

- 4) Contar en cada caso, la cantidad de puntos al que concurren en cada uno de los segmentos. A estos puntos se los denomina **vértices**.
- 5) Contar en cada caso, la cantidad de segmentos que unen dos puntos continuos. A estos segmentos se los denomina **aristas**.
- 6) Con los valores encontrados completa la siguiente tabla:

Polígono origen de la pirámide	Cantidad de vértices de la pirámide	Cantidad de aristas de la pirámide
Cuadrado		
Hexágono		
Octógono		

Se reúnen los equipos, en forma virtual o presencial.

- 1) Presenten las capturas de pantalla o la imagen en *jpg* de cada uno de los casos.
- 2) Presenten los cuadros confeccionados.

Nivel 1: Análisis

Objetivos

- 1) Identificar los poliedros a partir de su desarrollo en el plano.
- 2) Identificar las figuras geométricas de las caras de cada poliedro.

Desarrollo de la actividad

Reconocimiento de los elementos de los poliedros.

Actividad 1. Continuamos armando modelos

Identificar las diferencias que existen entre los valores encontrados para los prismas y para las pirámides.

Completar el siguiente cuadro:

Poliedros	Cantidad de bases	Cantidad de caras laterales	Cantidad de vértices	Clase de polígono de las caras laterales
Prismas				
Pirámides				

Actividad 2

Cada equipo vuelve a sus trabajos realizados en el *GeoGebra*.

En cada uno de los trabajos se les solicita que realicen:

- 1) El desarrollo del cuerpo, usando el comando: "Desarrollo".
- 2) Guarden en *ggb* los trabajos realizados.
- 3) Realicen una captura de pantalla o guarden en *jpg* cada uno de los trabajos.

Actividad 3

En esta actividad se les solicita que:

- 1) Busquen en la Internet imágenes de los siguientes poliedros regulares: tetraedro, octaedro, icosaedro, cubo y dodecaedro.
- 2) Completen el siguiente cuadro:

Poliedro	Forma de la cara	Número de caras concurrentes en un vértice	Cantidad de caras - C	Cantidad de vértices - V	Cantidad de aristas - A
Tetraedro					
Cubo					
Octaedro					
Dodecaedro					
Icosaedro					

Se reúnen los grupos, en forma virtual.

- 1) Presenten las capturas de pantalla o la imagen en *jpg* de cada uno de los casos.
- 2) Presenten los cuadros confeccionados.

Nivel 2: Ordenación o clasificación

Objetivo

Analizar las propiedades de los poliedros. Representar en el plano 2D un objeto tridimensional en forma de croquis.

Desarrollo de la actividad

Descripción de las propiedades principales de los poliedros.

Actividad 1

Verificar en los poliedros, si se cumple la expresión matemática: $c - a + v = 2$ (teorema de Euler), donde c : es el número de caras, a : el número de aristas y v : el número de vértices.

Actividad 2

Considerar uno de los edificios de la plaza y croquizar en el plano bidimensional. Fotografiar el trabajo.

Se reúnen los grupos, en forma virtual o presencial.
Presentan los trabajos realizados.

Nivel 3: Deducción formal

Representar en 3D los poliedros. Resolver problemas que conlleven al cálculo de superficies y volúmenes de las figuras tridimensionales.

Objetivo

- 1) Aplicar en la resolución de problemas cerrados las fórmulas de volúmenes y superficie de los poliedros.
- 2) Representar en el plano bidimensional los poliedros usando programas informáticos.

Desarrollo de la actividad

El profesor/profesora presenta a través de una presentación en Power Point las expresiones matemáticas de las siguientes magnitudes:

1) Superficie lateral y total del prisma

Superficie lateral del prisma: \sum superficies de las caras laterales

Superficie total del prisma: Sup. lateral + 2. Sup. base

2) Superficie lateral y total de una pirámide

Superficie lateral de la pirámide: \sum superficies de las caras laterales

Superficie total de la pirámide: Sup. lateral + Sup. base

3) Volumen del prisma: Superficie: Base x Altura

4) Volumen de la pirámide: (Sup. Base x altura)/3

Actividad 1

Se plantean problemas sobre superficies y volúmenes de los poliedros que los/as alumnos/as deben resolver

- 1) Buscar en la Internet las dimensiones reales (alturas y lados de las bases) de las siguientes pirámides

- a) Pirámide externa del Louvre.
 - b) De las denominadas pirámides de las reinas, próximas a la Gran Pirámide Guiza, conocida como la pirámide Keops, elegir una de ellas.
- 2) Calcular el volumen de ambas y comparar los resultados obtenidos.

Actividad 2

En la situación real, para comenzar con el pedido del Municipio, se debiera solicitar las dimensiones geométricas de cada uno de los prismas de los edificios, pero ante la situación de no poder hacerlo, dividimos al conjunto edilicio en tres partes, tal como se observa en las imágenes



Imagen sector derecho



Imagen sector izquierdo

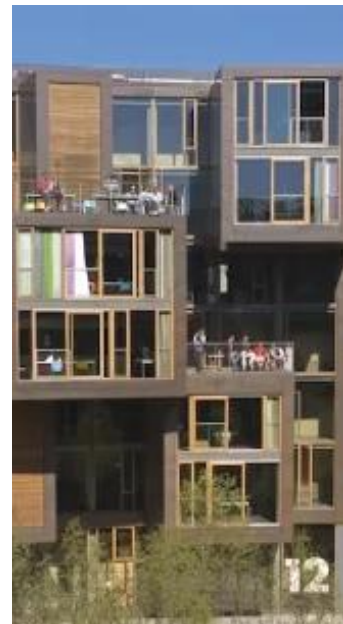


Imagen sector central

Como futuros técnicos deben tener idea de dimensiones, sin necesidad de tomarlas con algún instrumento. Por ello, les solicitamos:

EQUIPO A

Pensar en las dimensiones geométricas aproximadas de los cuatro prismas que se visualizan en la imagen sector derecho que se requieren para hallar las superficies de cada fachada lateral (no de la fachada de frente), las superficies de piso y techo y el volumen de cada prisma.

Con los valores pensados, calcular las superficies de cada fachada lateral, la del techo y piso, y el volumen de cada cuerpo del conjunto.

EQUIPO B

Pensar en las dimensiones geométricas aproximadas de los cuatro prismas que se visualizan en la imagen sector central que se requieren para hallar las superficies de cada fachada lateral (no de la fachada de frente), la superficie de piso y techo y el volumen de cada prisma.

Con los valores pensados, calcular las superficies de cada fachada lateral, la del techo y piso, y el volumen de cada cuerpo del conjunto.

Actividad 3. Armando el espacio científico tecnológico

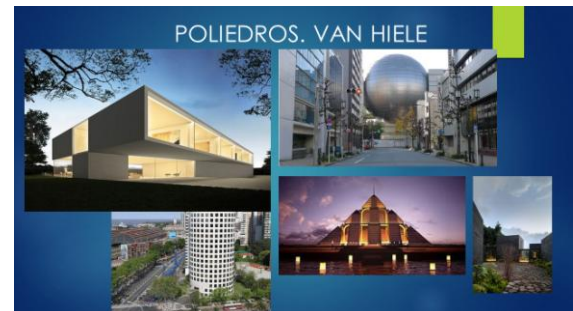
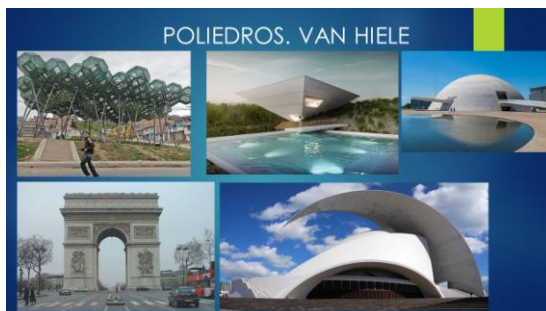
A cada uno de los/as alumnos/as, les solicitamos la siguiente tarea:

- 1) Mediante el uso del *GeoGebra* diseñen el espacio científico tecnológico utilizando todos los poliedros regulares.
- 2) Archivar en *ggb* y realizar la captura de pantalla o guardar en *jpg*.

Se reúnen todos os/as alumnos/as con su docente, en forma virtual o presencial.

- 1) Presenten las capturas de pantalla o la imagen en *jpg* de cada uno de los casos.
- 2) Por decisión consensuada elegir el diseño que consideren pueden presentarle al Municipio.

Ejemplos de modelos solicitados en la Actividad 1 del Nivel 1



Volvemos a las orientaciones para los/as docentes

Una forma de evaluar el aprendizaje realizado en cada nivel y que le abre las puertas del siguiente nivel

Como se expresó en los primeros párrafos para pasar de un nivel al siguiente se tiene que aprobar el nivel anterior.

¿Cómo se puede monitorear si los alumnos adquirieron los saberes del nivel?

Existen diversos instrumentos para evaluar el aprendizaje, entre ellos se puede considerar la plataforma KAHOOT.

El KAHOOT es un sistema de respuestas en el aula mediante un juego.

El KAHOOT permite crear preguntas para que los/as alumnos/as respondan en un tiempo dado, en línea, mediante el uso de un ordenador y un teléfono celular.

A continuación, indicamos los pasos que se deben seguir para armar un KAHOOT.

- 1) Ir a [GetKahoot.com](https://getkahoot.com) y registrarse.
- 2) Pulsar «Sign up for free!» o [entrar en este enlace](#). Seguir los pasos e indicaciones, confirmar la cuenta a través del correo electrónico que recibirá, y ya puede crear la actividad.
- 3) Con la cuenta activa el/la profesor/a puede autenticarse en la plataforma para acceder a una web donde podrá buscar contenido creado por otros usuarios o bien crear un Kahoot propio desde cero.
- 4) Crear un Kahoot Quiz.
- 5) Quiz significa un juego de preguntas y respuestas
- 6) Se puede usar también la forma "discusión y encuesta".
- 7) Considerando la opción "Quiz", aparecerá una pantalla con campos que el/la docente deberá completar.
- 8) Para continuar se debe pulsar el botón verde que se encuentra en la parte superior derecha.
- 9) En esta ventana el/la docente escribe las preguntas que va agregando, usando el botón "Add question". Se deberá completar los diferentes campos.
- 10) Se sigue completando las preguntas hasta la última. Se guardará en My Kahoot.
- 11) Kahoot dará un PIN que el docente debe compartir con sus alumnos/as.

Para aplicar el Kahoot creado por el/la profesora/a, este/a deberá reunir a los/as estudiantes determinado día y hora. Los alumnos/as deben estar comunicados con el/la docente, puede ser a través de WhatsApp para recibir el PIN que corresponde a ese Kahoot.

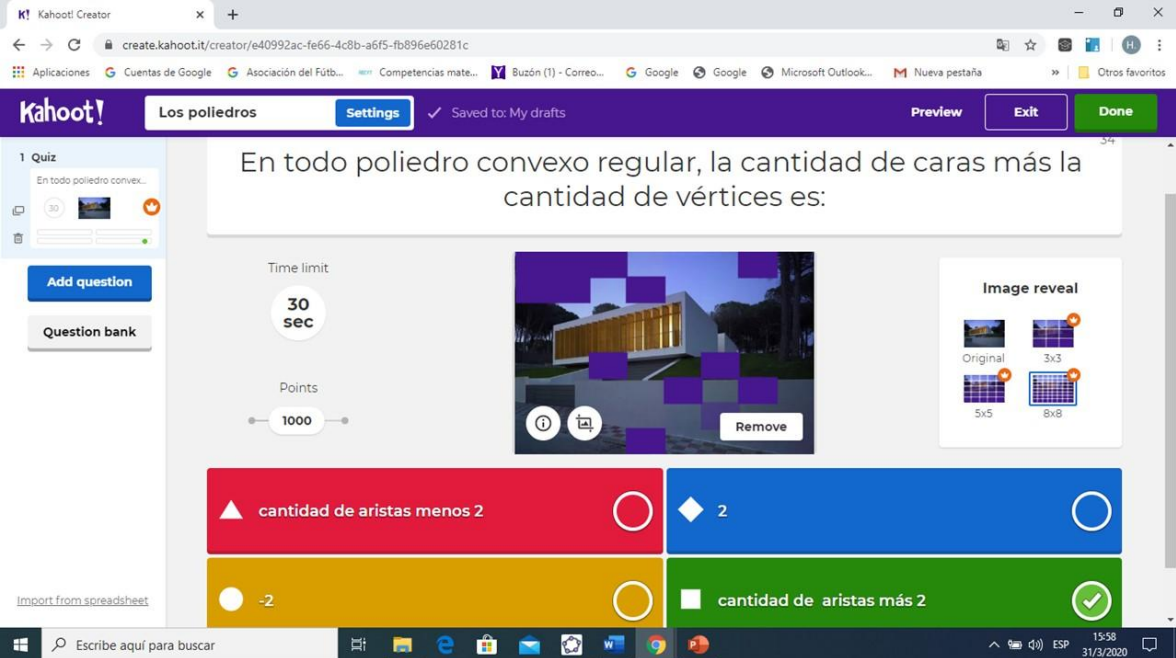
Los/as estudiantes ingresan a Kahoot como jugador, identificándose por su nombre y con el PIN dado por el /la profesor/a. En el ordenador leerán las preguntas que serán respondidas desde el celular.

El Kahoot otorga puntaje que se va sumando. El/la profesor/a puede guardar dicho puntaje y utilizarlo en el momento que así lo considere.

Al término de las respuestas dadas por los/as alumnos/as a cada pregunta se muestra el puntaje de cada estudiante. Al final aparece el podio con los tres mejores puntajes. El/la profesor puede dar un regalito virtual.

A modo de ejemplo

Una pregunta para evaluar del Nivel 2, a través del Kahoot.



The screenshot shows the Kahoot! Creator interface in a web browser. The main question is: "En todo poliedro convexo regular, la cantidad de caras más la cantidad de vértices es:". The interface includes a "Quiz" sidebar on the left with "Add question" and "Question bank" buttons. The main area shows a "Time limit" of 30 seconds and "Points" set to 1000. Below the question, there is an image of a modern building with a grid overlay. To the right, there is an "Image reveal" section with options for "Original", "3x3", "5x5", and "8x8". At the bottom, there are four answer buttons: a red button with a triangle icon and text "cantidad de aristas menos 2", a blue button with a diamond icon and text "2", a yellow button with a circle icon and text "-2", and a green button with a square icon and text "cantidad de aristas más 2". The green button has a checkmark icon, indicating it is the correct answer. The browser's address bar shows the URL "create.kahoot.it/creator/e40992ac-fe66-4c8b-a6f5-fb896e60281c".

¡ÉXITOS!